

УДК 621.735.32

DOI dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2015-4-25-31

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ОСАДКЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСЫ

© 2015 г. **Г.Л. Баранов**Уральский федеральный университет (УрФУ) им. первого Президента России Б.Н. Ельцина,
г. Екатеринбург*Статья поступила в редакцию 05.02.14 г., доработана 13.06.14 г., подписана в печать 20.06.14 г.*

Получены замкнутые аналитические решения задачи плоской деформации для контактных напряжений в зонах с переменными силами трения при осадке полосы из идеального жесткопластического материала. Установлено, что использование для зоны скольжения точного условия пластичности Мизеса вместо приближенного, записанного в главных напряжениях, с учетом трения по закону Кулона приводит к существенному (в 2–4 раза при $f > 0,2$) увеличению расчетной длины зоны скольжения. Для согласования теоретических результатов с экспериментальными предложен новый метод расчета контактных напряжений, при котором их распределения в зонах скольжения и застоя получены из решения задачи плоской деформации с использованием параболической аппроксимации условия пластичности. Найдены размеры зон скольжения и застоя в зависимости от показателей контактного трения. Определены условия появления пиков вблизи от торца полосы на эпюре нормальных напряжений. Показана возможность существования зон торможения при касательных контактных напряжениях, меньших предела текучести при чистом сдвиге τ_y . Уточнены формулы для определения усилия осадки.

Ключевые слова: осадка; контактные напряжения; условие пластичности; усилие осадки.

Closed analytical solutions of a plane strain problem for contact stresses in zones with variable friction forces for upsetting the strip made of ideal rigid-plastic material are derived. It is established that the use of the Mises exact plasticity condition for the slip zone instead of the approximate one written in principal stresses allowing for the Coulomb friction law leads to an essential (by a factor of 2–4 at $f > 0,2$) increase in the calculated slip zone length. To match the theoretical results with the experimental ones, a new method for calculating the contact stresses is proposed, in which their distributions in the slip and stagnation zones are derived from the solution of the plane strain problem using a parabolic approximation of the plasticity condition. The sizes of slip and stagnation zones are found depending on the characteristics of contact friction and conditions of appearance of the peaks near the strip end in the normal stress diagram are determined. The possibility of occurrence of retardation zones under tangent contact stresses lower than the yield point under simple shear τ_y are determined. Formulas for determining the upsetting force are refined.

Keywords: upsetting process, contact stresses, plasticity condition, upsetting force.

Введение

Распределение напряжений на контактной поверхности инструмента и заготовки при обработке металлов давлением оказывает существенное влияние на характер протекания технологических процессов и качество получаемых изделий [1]. Существующие модели контактного трения [2–6] не являются универсальными, их применение требует адаптации к конкретным условиям протекания процесса и согласования с результатами экспериментов.

При осадке полосы в условиях плоской деформации на контактной поверхности очага деформации в общем случае экспериментально установлено наличие трех характерных зон: скольжения, торможения и застоя [7]. В зоне скольжения у торца полосы контактные касательные напряжения возрастают, в зоне торможения — остаются постоянными и в зоне застоя — снижаются, обращаясь в нуль на оси симметрии полосы. Контактные нормальные напряже-

*Баранов Г.Л. — докт. техн. наук, профессор кафедры «Детали машин» УрФУ (622002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19).
Тел.: (343)375-46-94. Email: bargeleo@mail.ru.*

ния увеличиваются по направлению от торца к оси симметрии полосы. В ряде случаев на эпюрах нормальных напряжений наблюдаются пики вблизи от торца полосы.

При достаточной длине полосы анализ напряжений в процессе осадки сводится к решению задачи плоской деформации в прямоугольной системе координат. Дифференциальные уравнения равновесия в этом случае имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = 0. \quad (1б)$$

Условие пластичности для идеального жесткопластического материала выглядит следующим образом:

$$\sigma_x - \sigma_y = 2\tau_s \sqrt{1 - (\tau/\tau_s)^2}, \quad (2)$$

где τ_s — предел текучести при чистом сдвиге.

Точные решения системы уравнений (1) с условием (2) получены Прандтлем для зоны торможения. Для зон скольжения и застоя имеются либо численные методы [8–10], либо приближенные решения [11, 12]. При определении контактных напряжений в этих зонах широко применяется инженерный метод [7], суть которого заключается в том, что из двух уравнений равновесия рассматривается только (1a). Для его решения используются допущение о линейной зависимости касательных напряжений от координаты y и приближенное условие пластичности в главных напряжениях:

$$\sigma_x - \sigma_y = 2\tau_s.$$

Считается, что на контактной поверхности в зоне скольжения касательные напряжения изменяются по закону Кулона. При достаточной ширине полосы $2a$ в конце зоны скольжения они достигают значения τ_s . В зоне застоя длиной $2h$ (где h — половина толщины полосы) касательные напряжения пропорциональны расстоянию от оси симметрии полосы.

Отметим основные недостатки существующей модели расчета контактных напряжений:

— отсутствует оценка погрешности от замены точного условия пластичности приближенным;

— применение закона Кулона для зоны скольжения не обеспечивает обращения в нуль касательных напряжений на торце полосы и не объясняет наличия в этой зоне пиков на эпюре нормальных напряжений;

— допущение о том, что в зоне торможения независимо от наличия или отсутствия смазки касательные напряжения равны τ_s , не согласуется с результатами экспериментов [7];

— для зоны застоя отсутствуют обоснования использования линейного закона изменения касательных напряжений и выбора длины зоны.

Целью данной работы являлось создание методики расчета контактных напряжений при осадке прямоугольной полосы, снимающей вышеперечисленные ограничения, и на ее основе проведено уточнение существующих зависимостей для определения усилия осадки.

Контактные напряжения при использовании закона трения Кулона

Оценим погрешность, связанную с использованием приближенного условия пластичности в рамках существующей модели. Допуская на основании решения Прандтля, что касательные напряжения в зоне скольжения линейно зависят от координаты y , представим их в следующем виде:

$$z = \tau/\tau_s = (y/h)\sin\Phi, \quad (3)$$

где Φ — функция, зависящая только от x .

Из условия пластичности (2) выразим σ_x , подставим в уравнение (1a) и выполним преобразования:

$$\frac{\partial \sigma_y}{\tau_s \partial x} + 2 \frac{\partial \sqrt{1-z^2}}{\partial x} + \frac{\sin \Phi}{h} = 0. \quad (4)$$

Введем следующие обозначения для относительных контактных напряжений: $p = -\sigma_y/\tau_s$, $z_k = z$ при $y = h$. Примем, что контактные напряжения в зоне скольжения подчиняются закону трения Кулона:

$$z_k = fp, \quad (5)$$

где f — коэффициент трения.

Подставим в уравнение (4) $y = h$, $z = z_k = \sin\Phi$ и с учетом (5) получим после преобразований следующее дифференциальное уравнение для определения Φ :

$$\Phi'(\cos\Phi + 2f\sin\Phi) = (f\sin\Phi)/h, \quad (6)$$

где $\Phi' = d\Phi/dx$.

Его решение представим в виде

$$(\ln z_k)/f + 2\arcsin z_k = x/h + C_1, \quad (7)$$

где C_1 — произвольная постоянная.

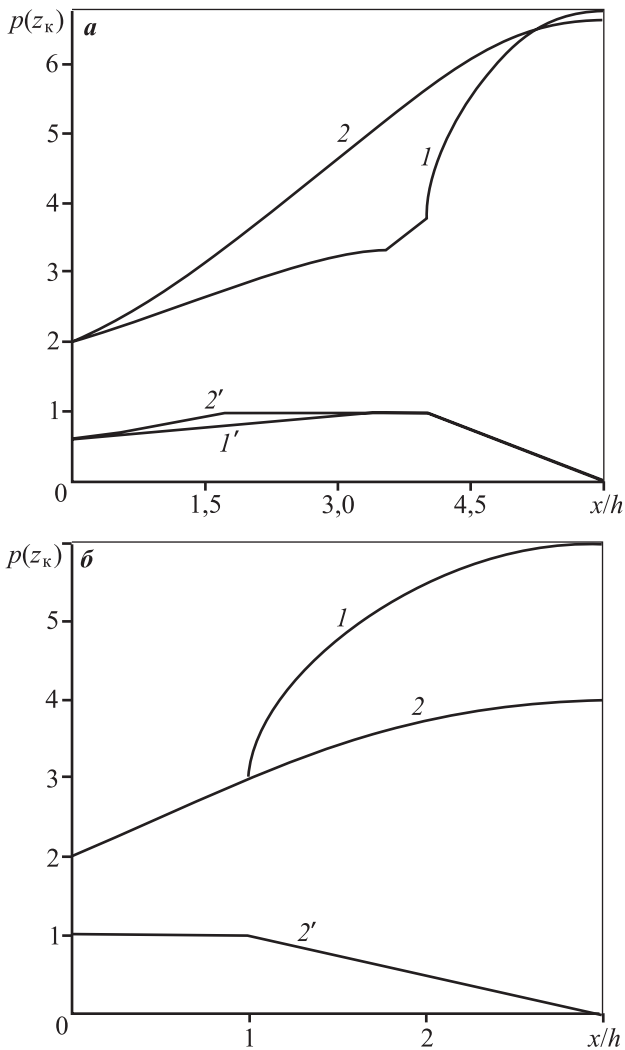


Рис. 1. Эпюры контактных напряжений при использовании закона Кулона в зоне скольжения и линейной зависимости $\tau(x)$ в зоне застоя
a – при наличии зоны застоя для $f=0,3$
б – при ее отсутствии
1 и 1' – эпюры p и z_k для точного условия пластичности
2 и 2' – полученные инженерным методом

Начало координат для зоны скольжения совместим с левым торцом полосы. Величину C_1 найдем из граничного условия

$$z_k = z_0 = fp_0 \quad \text{при } x = 0,$$

где p_0 – относительное контактное напряжение на торце. Отсюда

$$C_1 = (\ln z_0)/f + 2 \arcsin z_0.$$

Максимальная возможная ширина зоны скольжения (L_c) определяется по уравнению (7) из условия $z_k = 1$:

$$\psi = 0,5L_c/h = 0,5(\pi - C_1). \tag{8}$$

В этом случае напряжение на границе зон скольжения и торможения определим по формуле

$$p_1 = 1/f.$$

Результаты расчета ψ при $p_0 = 2$ приведены ниже:

f	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
ψ	9,42	3,45	1,78	0,92	0

Примем, следуя работе [7], ширину зоны застоя $L_3 = 2h$. Зона торможения на эпюре касательных контактных напряжений может появиться при выполнении условия $a > L_c + L_3$. Если $a < L_c + L_3$, то при $a > L_3$, с учетом допущения о постоянстве ширины зоны застоя, ширина зоны скольжения уменьшится до значения $L_{c1} = a - L_3$. В этом случае давление p_1 на границе зон застоя и скольжения определим из решения уравнения (7), которое после подстановки $x = L_{c1}$ и преобразований запишем в виде

$$(\ln \theta)/f + 2 \arcsin \theta = a_0 - 2 + C_1, \tag{9}$$

где $a_0 = a/h$, $\theta = pf$.

Параметр θ показывает, во сколько раз усилие p_1 на границе зоны скольжения для двухзонной эпюры меньше, чем для трехзонной.

Анализ эпюр нормальных напряжений в зоне скольжения показал, что замена условия пластичности в главных напряжениях условием (2) качественно изменяет характер эпюр (рис. 1, а). При $f > 0,25$ вогнутая форма эпюры сменяется выпуклой. На границе с зоной торможения при $x = L_c$ производная dp/dx обращается в нуль. Длина зоны скольжения, рассчитанная по предложенной методике, при $f < 0,15$ практически не отличается от полученной инженерным методом. С ростом коэффициента трения отношение указанных длин (γ) существенно возрастает: $\gamma \approx 2$ при $f = 0,3$, $\gamma \approx 4$ при $f = 0,4$.

Контактные напряжения в зоне застоя

Начало координат расположим на расстоянии $2h$ от оси симметрии полосы. Принимая на основании [7], что в этой зоне касательные напряжения линейно зависят от координат x и y , обращаясь в нуль на осях симметрии полосы, запишем для трехзонной эпюры

$$z = \tau/\tau_s = y/h (1 - 0,5x/h).$$

В соответствии с уравнением (1а) продифференцируем τ по y , выразим σ_x через σ_y из условия пластичности (2) и с учетом принятых обозначений при $y = h$ получим после преобразований выражение для определения контактных нормальных напряжений:

$$p = 2\sqrt{1 - (1 - 0,5x_1)^2} + x_1(1 - 0,25x_1) + C_2, \quad (10)$$

где $x_1 = x/h$, $C_2 = p_2$ — произвольная постоянная, определяемая из следующего условия на границе зон торможения и застоя: $p = p_2$ при $x = 0$. Зависимости $p(x)$ для двухзонных эпюр приведены в работе [13].

Как следует из выражения (10), на границе с зоной торможения производная $dp/dx \rightarrow \infty$. Максимальное контактное напряжение (p_{\max}) в этой зоне действует на оси симметрии полосы при $x_1 = 2$. На основании (10) имеем $p_{\max} = p_2 + 3$, а при расчете инженерным методом $p_{\max} = p_2 + 1$. Таким образом, использование точного условия пластичности приводит к увеличению прироста нормального контактного напряжения в зоне застоя в 3 раза. В результате для небольших значений a_0 при отсутствии зоны скольжения заметно возрастает усилие осадки. Например, для очага деформации по рис. 1, б при $a_0 = 3$ это повышение достигает 30 %.

В завершение этого раздела статьи отметим, что использование произвольно выбранных зависимостей контактных касательных напряжений на участках с переменными силами трения (закона Кулона в зоне скольжения и линейного закона в зоне застоя) приводит к эпюрам нормальных напряжений с резкими изломами на границах зон при наличии зоны торможения. Такая форма эпюр не подтверждается экспериментально. Полученные зависимости (7) и (10) позволяют усовершенствовать методику расчета контактных напряжений и оценить погрешность от замены точного условия пластичности приближенным, записанным в главных напряжениях, однако в рамках принятых допущений они не дают возможность избавиться от описанных во введении недостатков, присущих существующей модели расчета.

Разработка новой методики расчета контактных напряжений

Очевидно, что закон изменения касательных напряжений следует выбирать из решения системы уравнений равновесия (1) совместно с условием пластичности (2). Указанная система путем исклю-

чения нормальных напряжений сводится к одному уравнению относительно $z = \tau/\tau_s$ [7]:

$$\pm 2 \frac{\partial^2 \sqrt{1 - z^2}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}. \quad (11)$$

В работе [14] показано, что при аппроксимации кривой пластичности Мизеса участками параболы по формуле

$$\eta = \sqrt{1 - z^2} \approx A_i - B_i z^2$$

решением уравнения (11) является выражение

$$z = \tau/\tau_s = \pm (y/h) \mu \operatorname{th} K_i (x - S_i), \quad (12)$$

где A_i и B_i — постоянные коэффициенты, определяемые положением участка аппроксимации на кривой пластичности; $\mu = \tau_{\max}/\tau_s$ — показатель трения; τ_{\max} — наибольшее касательное напряжение на контактной поверхности; $K_i = 4\mu B_i/h$; S_i — произвольная постоянная. Здесь и далее в случае использования знаков (\pm) или (\mp) верхний знак относится к участку возрастания касательных напряжений, нижний — их убывания.

Нормальные контактные напряжения получим из уравнения (1а), подставляя в него τ из формулы (12), σ_x из (2) и выполнив преобразования:

$$p = G_i + 2\sqrt{1 - \mu^2 \operatorname{th}^2 \lambda_i} \pm (0,25/B_i) \ln(\operatorname{ch} \lambda_i), \quad (13)$$

где G_i — произвольная постоянная; $\lambda_i = K_i(x - S_i)$.

Как показано в работе [14], при $\operatorname{th} \lambda_i \rightarrow 1$ зависимость (13) сводится к решению Прандтля: $p = D + \mu x/h$ (здесь D — произвольная постоянная). Поэтому при использовании функций (12) для описания касательных напряжений нет необходимости в рассмотрении специально выделенной зоны торможения. Она получается естественным образом при расчете по формуле (12) в случае $\operatorname{th} \lambda_i \rightarrow 1$.

Таким образом, с точки зрения математического описания эпюра контактных касательных напряжений состоит из двух участков: возрастания и убывания. В средней части эпюры при достаточной ширине полосы изменение касательных напряжений пренебрежимо мало, и внешне эта часть эпюры выглядит как участок с постоянными касательными напряжениями.

Рассмотрим порядок формирования эпюры контактных напряжений для участка возрастания касательных напряжений. Начало координат совместим с торцем полосы. Граничное условие на торце для касательных напряжений представим в виде $\tau = 0$ при $x = 0$. Нормальные напряжения p_0 при $x = 0$ оп-

ределим из условия отсутствия нормальной силы на торце [15]:

$$p_0 = 2(1 + \mu^2/3).$$

На первом участке аппроксимации при малых τ имеем: $i = 1$, $B_1 = 0,5$, $S_1 = 0$, $K_1 = 4\mu B_1/h$, $\lambda_1 = 2\mu x/h$, $G_1 = p_0 - 2$. Примем, что этот участок заканчивается при $z = z_1$, а второй, соответственно, при $z = z_2$. Тогда для второго участка на основании [15] запишем

$$B_2 = \frac{1}{\sqrt{1-z_1^2} + \sqrt{1-z_2^2}}. \quad (14)$$

Длину первого участка определим из (12) при $y = h$ и $z = z_1$:

$$x_1 = (0,5/K_1) \ln[(\mu + z_1)/(\mu - z_1)] + S_1. \quad (15)$$

Нормальные напряжения в его конце найдем из (13):

$$p_1 = G_1 + 2\sqrt{1-z_1^2} \mp (0,125/B_1) \ln[1 - (z_1/\mu)^2]. \quad (16)$$

Произвольные постоянные S_2 и G_2 для второго участка вычислим из условия равенства нормальных и касательных напряжений на границе обоих участков:

$$S_2 = x_1 + B_1(S_1 - x_1)/B_2,$$

$$G_2 = G_1 \pm 0,125(1/B_2 - 1/B_1) \ln[1 - (z_1/\mu)^2]. \quad (17)$$

Заменяя в формулах (14)–(17) индекс 1 на i , а 2 на $i + 1$, получим рекуррентные соотношения для анализа контактных напряжений в случае i участков аппроксимации кривой пластичности.

Зависимости (12) для расчета касательных напряжений на участках их возрастания и убывания отличаются только знаком. Введение новой независимой переменной $u = -x$ и совмещение начала координат с осью симметрии полосы позволяют определять касательные напряжения на участке убывания по той же методике, что и на участке возрастания.

Рассмотрим порядок построения эпюры нормальных напряжений. Разбиваем контактную поверхность очага деформации от оси симметрии до торца полосы на две равные по длине зоны. Для первой от торца зоны (зоны возрастания касательных напряжений) строим по описанной выше методике эпюру нормальных напряжений от торца полосы до точки с координатой $x = 0,5a$. Соответствующее этой точке относительное нормальное напряжение обозначим p_{a1} .

Далее переходим к зоне убывания касательных напряжений. Для первого от оси симметрии полосы участка аппроксимации в этой зоне запишем $u = 0$, $G_1 = p_m - 2$, где p_m — произвольная постоянная, равная неизвестному напряжению на оси симметрии полосы. Принимая $p_m = 0$, последовательно для каждого участка аппроксимации кривой пластичности определяем нормальные напряжения, начиная от оси симметрии полосы и заканчивая в точке с координатой $u = 0,5a$. Напряжение в этой точке обозначим p_{a2} .

Расчет нормальных напряжений для зоны убывания касательных напряжений выполняем так же, как для зоны возрастания. Отличие будет лишь в знаке перед последним членом в формулах (13), (16) и (17). При известных значениях p_{a1} и p_{a2} определяем $p_m = p_{a1} - p_{a2}$, пересчитываем нормальные напряжения в этой зоне при новом значении p_m и достраиваем недостающую часть эпюры нормальных напряжений.

На рис. 2 представлены эпюры контактных касательных напряжений, построенные по разработанной методике. Анализ результатов их расчета позволил установить следующее.

Полученные эпюры состоят из двух зон: возрастания и убывания, которые симметричны относительно точки, отстоящей на расстоянии $0,5a$ от торца полосы, длина каждой зоны равна $0,5a$. В пределах каждой из них выделим участок, на котором относительные касательные напряжения меняются в диапазоне $0 \leq z_k \leq 0,99\mu$, и для зоны возрастания z_k назовем его «участком скольжения», для зоны убывания — «участком застоя». Длины участков скольжения (L_c) и застоя (L_3) равны между собой, пропорциональны высоте h и уменьшаются с ростом μ :

μ	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
L_c/h	6,54	3,14	1,94	1,26	0,72

На участке контактной поверхности длиной $L_T = a - L_c - L_3$ изменение касательных напряжений не превышает 1 %. Назовем этот участок «зоной торможения». Эпюры нормальных контактных напряжений в зонах возрастания и убывания касательных напряжений существенно отличаются друг от друга. Нормальное напряжение на торце полосы достигает максимального значения $p_0 = 2,67$ при $\mu = 1$. При изменении показателя трения в диапазоне $0,6 \leq \mu \leq 1$ с ростом x напряжение p уменьшается, достигая минимального значения p_{\min} при $x \approx 0,82h$.

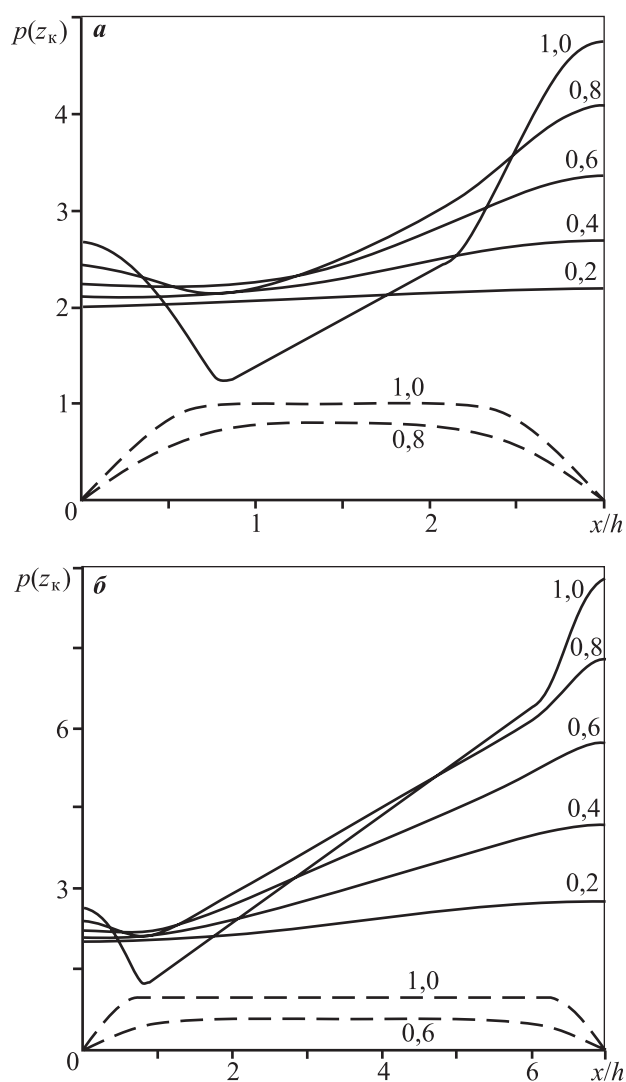


Рис. 2. Эпюры контактных напряжений, полученные предложенным методом
 а – $a_0 = 3$, б – 7
 Штриховые кривые – эпюры касательных напряжений, сплошные – эпюры нормальных напряжений
 Цифры у кривых – значения показателя трения μ

Наименьшее значение $p_{\min} = 1,25$ соответствует $\mu = 1$. С уменьшением μ величина p_{\min} возрастает: так, при $\mu = 0,8$ получили $p_{\min} = 2,15$. При $\mu \leq 0,55$ пики на эпюре нормальных напряжений вблизи от торца полосы не наблюдаются, с ростом x напряжения p монотонно увеличиваются от p_0 на торце до p_m на оси симметрии полосы.

Изменение нормальных напряжений в зоне застоя зависит от μ : так, при $\mu = 1$ величина $\Delta p = p_m - p_3 = 2,15$, а при $\mu = 0,8$ значение $\Delta p = 1,37$ (здесь p_3 – относительное нормальное напряжение при $u = L_3$). Зона торможения появляется при выполнении усло-

вия $a > L_c + L_3$. Зависимость $p(x)$ в этой зоне близка к линейной:

$$p = D + \mu x/h.$$

При сравнительно небольших значениях показателя трения кривую пластичности для всего очага деформации можно заменить одним участком аппроксимации. В этом случае $B_i = 0,5$, и формулы для расчета контактных напряжений на основании (12) и (13) преобразуем следующим образом:

$$z_k = \pm \mu \operatorname{th} \lambda_i, \tag{18}$$

$$p = G_i + 2\sqrt{1 - \mu^2 \operatorname{th}^2 \lambda_i} \pm 0,5 \ln(\operatorname{ch} \lambda_i). \tag{19}$$

Здесь $\lambda_i = 2\mu x/h$ и $G_i = p_0 - 2$ для зоны возрастания z_k ; $\lambda_i = 2\mu u/h$ и $G_i = p_m - 2$ для зоны убывания z_k .

Длины зон L_c и L_3 определим из условия $\operatorname{th} \lambda_i = 0,99$:

$$L_c = L_3 = 0,5h\lambda_i/\mu = 1,32h/\mu.$$

Величину p_m найдем из условия равенства нормальных напряжений на границе зон возрастания и убывания z_k . Указанное условие на основании формулы (19) после преобразований представим в виде

$$p_m = p_0 + \ln [\operatorname{ch}(\mu a_0)].$$

Сопоставление результатов расчета L_c и p_m при замене кривой пластичности одним и двадцатью участками аппроксимации позволило установить, что для $\mu < 0,5$ погрешность от использования приближенных формул не превышает 1 %.

Результаты и их обсуждение

Разработанная методика расчета контактных напряжений позволяет уточнить среднее давление p_{cp} в формуле для определения усилия осадки:

$$P = 2aLp_{cp},$$

где L – длина полосы.

При $a > L_c + L_3$ зависимость $p_{cp}(a_0)$ на основании результатов расчета представим в виде

$$p_{cp} = 2\tau_s(0,25\mu a_0 + H_1 + H_2/a_0), \tag{20}$$

где H_1 и H_2 – коэффициенты, зависящие от μ :

μ	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0
H_1	0,8	0,76	0,67	0,55	0,19
H_2	0,063	0,28	0,42	0,52	0,9

Из анализа зависимости усилия осадки от показателя трения следует, что при $2 < a_0 < 4$ максимальное значение $p_{ср}$ соответствует $\mu \approx 0,85$ и превосходит $p_{ср}$ при $\mu = 1$ на 12–15 %. С ростом a_0 максимум $p_{ср}$ смещается в направлении увеличения μ : так, для $a_0 = 7$ он достигается при $\mu = 0,94$.

Сопоставление полученных результатов с расчетным значением $p_{ср}$, полученным в работе [7] при $f = 0,5$ и $a_0 = 3$, показало, что произвольный выбор длины зоны застоя, характера изменения контактных напряжений в этой зоне и граничных условий на торце полосы в сочетании с приближенным условием пластичности приводит к завышению усилия осадки более чем на 20 %. При увеличении a_0 влияние зон с переменными силами трения на усилие осадки снижается, и различие в результатах расчета $p_{ср}$ по этим методикам также становится меньше.

Заключение

Получены новые замкнутые аналитические решения задачи плоской деформации для контактных напряжений в зонах с переменными силами трения при осадке полосы из идеального жесткопластического материала. Установлено, что использование условия пластичности Мизеса (2) для зоны скольжения с учетом трения по закону Кулона приводит к такой зависимости контактных напряжений от координаты x , производная от которой обращается в нуль в конце зоны скольжения при $\tau = \tau_s$. Расчетная длина этой зоны для $f > 0,2$ в несколько раз превышает длину, полученную инженерным методом.

В случае линейной зависимости касательных напряжений от координаты x в зоне застоя производная dp/dx на границе с зоной торможения обращается в бесконечность. Приращение нормального напряжения в этой зоне уменьшается в 3 раза при замене точного условия пластичности приближенным по инженерному методу. Построенные по полученным зависимостям эпюры нормальных напряжений имеют резкие изломы на границах зон, что экспериментально не подтверждается.

Для согласования теоретических и экспериментальных результатов предложен новый метод расчета контактных напряжений при осадке полосы. Его суть заключается в том, что распределения контактных напряжений в зонах с переменными силами трения получены из решения задачи плос-

кой деформации с использованием параболической аппроксимации условия пластичности. Найдены размеры зон скольжения и застоя в зависимости от показателей контактного трения. Определены условия появления пиков вблизи торца полосы на эпюре нормальных напряжений. Показана возможность существования зон торможения при касательных контактных напряжениях, меньших τ_s . Уточнены формулы для определения усилия осадки.

Литература

1. *Сторожев М.В., Попов Е.А.* Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1977.
2. *Леванов А.Н., Колмогоров В.Л., Буркин С.П.* и др. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением. М.: Metallurgy, 1976.
3. *Tan X.* // Tribology Intern. 2002. Vol. 35. P. 385.
4. *Wilson W.* // J. Eng. Industry. 1995. Vol. 117. P. 202.
5. *Torrance A.A., Galligan J., Liraut G.* // Wear. 1997. Vol. 212. P. 213.
6. *Levanov A.N.* // J. Mater. Proc. Technol. 1997. Vol. 72. P. 314.
7. *Унксов Е.П.* Инженерная теория пластичности. М.: Машгиз, 1959.
8. *Соколовский В.В.* Теория пластичности. М.: Высш. шк., 1969.
9. *Дильман В.Л., Носачева А.И.* Анализ напряженно-деформированного состояния неоднородной пластической полосы // Вестн. Юж.-Ур. гос. ун-та. 2012. № 34. С. 11–15.
10. *Воронцов А.Л., Хациев Ю.Х.* Анализ задач об осадке, волочении и прессовании полосы // Инж. журн. с прил. 2014. № 59. С. 10–16.
11. *Малинин Н.Н.* Технологические задачи пластичности и ползучести. М.: Высш. шк., 1979.
12. *Смирнов В.С.* Теория обработки металлов давлением. М.: Metallurgy, 1973.
13. *Баранов Г.Л.* Анализ контактных напряжений в зоне очага пластической деформации со знакопеременными силами трения // Изв. вузов. Чер. металлургия. 2015. № 3. С. 192–195.
14. *Баранов Г.Л.* Анализ напряженного состояния в плоских задачах пластического течения // Изв. вузов. Чер. металлургия. 1984. № 10. С. 71–75.
15. *Баранов Г.Л.* Применение параболической аппроксимации условия пластичности для анализа напряженного состояния при осадке прямоугольной полосы // Кузн.-штамп. пр-во. ОМД. 2012. № 11. С. 3–8.