УДК 542.49 (669. 784 : 536.2.072)

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕРМООБРАБОТКИ В БАРАБАННОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЕЧИ

© 2014 г. **Т.Е. Герасименко, А.Л. Рутковский, А.В. Чибашвили**

Северо-Кавказский горно-металлургический институт (СКГМИ) (государственный технологический университет), г. Владикавказ

Статья поступила в редакцию 22.04.14 г., доработана 08.07.14 г., подписана в печать 24.07.14 г.

Разработаны алгоритмы расчета коэффициентов конвективного обмена и построения зональных уравнений теплового баланса для компьютерного моделирования процесса прокалки углеродных материалов в барабанной вращающейся печи. Показана возможность получения адекватных результатов при вычислительном экспериментальном исследовании этого процесса с использованием его комплексной математической модели, реализованной в виде компьютерной программы.

Ключевые слова: прокалка, углеродные материалы, барабанная вращающаяся печь, зональный метод, уравнения теплового баланса, коэффициенты конвективного обмена, математическая модель, вычислительный эксперимент.

Algorithms for the calculation of convective exchange coefficients and construction of zonal heat balance equations for computer modeling of calcination of carbon-base materials in a rotary-drum furnace are developed. The possibility to find adequate results in the course of the computing experimental investigation into this process using its complex mathematical model implemented as a computer program is shown.

Keywords: calcination, carbon-base materials, rotary-drum furnace, zonal method, heat balance equation, convective exchange coefficient, mathematical model, computing experiment.

ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование процессов термообработки различных материалов в барабанных вращающихся печах в последние годы все чаще применяется как в России [1—3], так и за рубежом [4, 5]. Для моделирования сложного радиационно-конвективного теплообмена этих печей целесообразно использовать зональный метод, основанный на широко известных нелинейных уравнениях зонального теплового баланса:

$$\sum_k (a_{k,i}T_i^4 + g_{k,i}T_k) + g_{0i} - Q_i^{\text{р}} = 0, \qquad (1)$$

где $a_{k,i}$ — коэффициент радиационного обмена, Вт/К^4; k и i — номера зон источника и приемника тепла соответственно; T — зональная температура, К; $g_{k,i}$ и g_{0i} — коэффициенты конвективного обмена, Вт/К и Вт; $Q_i^{\text{р}}$ — суммарный зональный (результирующий) тепловой поток, Вт.

Целью работы являлись разработка модели расчета коэффициентов конвективного обмена и составление зональных уравнений теплового баланса, которые позволят моделировать тепловую работу барабанной вращающейся печи в процессе прокалки углеродных материалов в режимах как прямотока, так и противотока.

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ

Методика моделирования обжига инертных материалов описана в работе [1]. Печь по длине разбивается на заданное число участков (рис. 1), в каждом из которых выделяется по 3 зоны: на поверхностях обжигаемого материала (*I*) и футеровки печи (*II*), а также объемная газовая зона (*III*). Выделяются также две воображаемые поверхностные

Герасименко Т.Е. – канд. техн. наук, доцент кафедры теории и автоматизации металлургических процессов и печей СКГМИ (362021, РСО-Алания, г. Владикавказ, ул. Николаева, 44). Тел.: (8672) 40-73-45. E-mail: gerasimenko_74@mail.ru.

Рутковский А.Л. – докт. техн. наук, профессор той же кафедры. E-mail: rutkowski@mail.ru.

Чибашвили А.В. – аспирант той же кафедры.

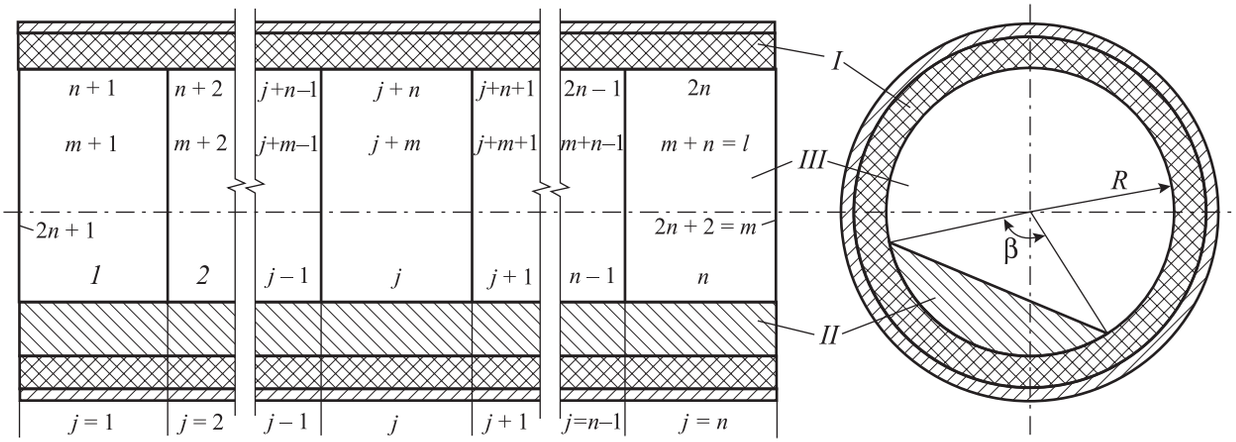

Рис. 1. Схема выделения участков и зон в печи

I – футеровка, *II* – материал, *III* – газ; *1*, *2*, ..., *j*, ..., *n* – номера участков; *1*, *2*, ..., *j*, ..., *n*, ..., *m*, ..., *l* – номера зон; *R*– внутренний радиус печи, β – центральный угол сегмента материала

зоны по торцам барабана печи (*1* и *2*). При разбиении печи на *n* участков зонам соответствуют следующие номера:

$i = 1, ..., n$ — зоны материала;

$i = n + 1, ..., 2n$ — футеровки;

$i = 2n + 1, 2n + 2$ — торцев;

$i = m, ..., l$ — газа.

При этом $l = m + n$ — общее количество зон, $m = 2n + 2$ — только поверхностных.

В случае термической обработки неинертных, например углеродных, материалов, которые выделяют летучие вещества и горят в условиях прокалки, необходимо учитывать кинетику этих процессов и тепловыделение не только от сжигания топлива и эндо/экзотермических реакций, но и (при наличии окислителей) от горения самого материала и выделяющихся летучих веществ. Поэтому модель прокалки таких материалов включает практически все процессы, протекающие при различных видах термообработки большинства из них.

Коэффициенты радиационного обмена в уравнении (1) определяются по известным формулам [1]. Наибольшую трудность при этом составляет расчет угловых коэффициентов излучения в рабочем пространстве барабанной вращающейся печи. Вопросы их автоматизированного расчета изложены в публикациях [6—8]. Поэтому рассмотрим вывод только алгоритмов автоматизированного расчета коэффициентов конвективного обмена сначала на примере объемных зон (рис. 2).

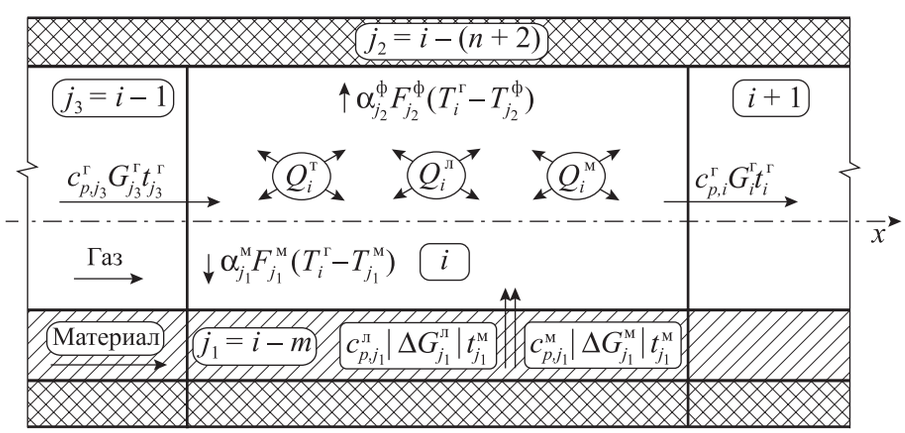

Рис. 2. Схема конвективных тепловых потоков, источников и стоков для объемных зон

i – номер объемной газовой зоны; j_1 – номер смежной зоны на поверхности материала; j_2 – номер смежной зоны на поверхности футеровки; j_3 – номер предыдущей по ходу газа смежной объемной зоны; м, ф, т, л – индексы, обозначающие материал, футеровку, топливо и летучие соответственно; α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·К); G – массовый расход, кг/с; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(кг·°С); t – температура, °С; ε – степень черноты; F – площадь поверхности зоны, м^2; ΔG – изменение массового расхода, кг/с; Q – мощность теплового потока, Вт

Конвективный тепловой поток, принимаемый объемной газовой зоной, кроме первой по ходу газов ($i = m + 2, ..., l$), равен

$$Q_i^{\text{к,пр}} = c_{p,j_3}^{\text{г}} G_{j_3}^{\text{г}} (T_{j_3}^{\text{г}} - 273) + c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| (T_{j_1}^{\text{м}} - 273) + \\ + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right| (T_{j_1}^{\text{м}} - 273), \quad (2)$$

где первое слагаемое представляет собой приток тепла из предыдущей смежной газовой зоны, а второе и третье — из зоны j_1 за счет переноса летучих веществ и сгоревшего материала соответственно.

Математическая модель процесса прокаливания углеродных материалов в барабанной вращающейся печи для расчета массовых расходов (G) летучих веществ, прокаливаемого материала и топлива, а также их изменений (ΔG) приведена в работе [9]. Конвективный тепловой поток, отдаваемый газовой зоной, выражается уравнением

$$Q_i^{\text{к,р}} = \alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} (T_i^{\text{г}} - T_{j_1}^{\text{м}}) + \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}} (T_i^{\text{г}} - T_{j_2}^{\text{ф}}) + \\ + c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} (T_i^{\text{г}} - 273), \quad (3)$$

где первое и второе слагаемые — это конвективный тепловой поток, переданный от газовой зоны в смежные с ней поверхностные зоны материала и футеровки соответственно, третье — тепловой поток за счет перемещения газа в следующую по ходу газовую зону.

Результирующий конвективный тепловой поток i-й зоны представляет собой разность потоков прихода и расхода:

$$Q_i^{\text{к}} = Q_i^{\text{к,пр}} - Q_i^{\text{к,р}} = \alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} T_{j_1}^{\text{м}} + \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}} T_{j_2}^{\text{ф}} + \\ + c_{p,j_3}^{\text{г}} G_{j_3}^{\text{г}} (T_{j_3}^{\text{г}} - 273) + c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| (T_{j_1}^{\text{м}} - 273) + \\ + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right| (T_{j_1}^{\text{м}} - 273) - \alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} T_i^{\text{г}} - \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}} T_i^{\text{г}} - \\ - c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} (T_i^{\text{г}} - 273). \quad (4)$$

После преобразования этого уравнения получим

$$Q_i^{\text{к}} = (\alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} + c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right|) T_{j_1}^{\text{м}} + \\ + \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}} T_{j_2}^{\text{ф}} + c_{p,j_3}^{\text{г}} G_{j_3}^{\text{г}} T_{j_3}^{\text{г}} - (c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} + \alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} + \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}}) T_i^{\text{г}} - \\ - 273 (c_{p,j_3}^{\text{г}} G_{j_3}^{\text{г}} - c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} + c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right|). \quad (5)$$

В соответствии с выражением (5) алгоритмы расчета коэффициентов конвективного обмена уравнения (1) для объемных зон ($i = m + 2, ..., l$), кроме первой, имеют вид

$$g_i^0 = -273 (c_{p,j_3}^{\text{г}} G_{j_3}^{\text{г}} - c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} + c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right|), \quad (6)$$

$$g_{ki} = \begin{cases} 0 \quad \text{при } k \neq j_1, k \neq j_2, k \neq j_3, k \neq i; \\ \alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} + c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right| \quad \text{при } k = j_1; \\ \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}} \quad \text{при } k = j_2; \\ c_{p,j_3}^{\text{г}} G_{j_3}^{\text{г}} \quad \text{при } k = j_3; \\ -(c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} + \alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} + \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}}) \quad \text{при } k = i. \end{cases} \quad (7)$$

Конвективный тепловой поток, принимаемый первой по ходу газов объемной газовой зоной, отличается от последующих, так как в нее подаются топливо, воздух для его горения, а также возможен подсос воздуха. Поэтому можно написать

$$Q_i^{\text{к,пр}} = c_p^{\text{т}} G^{\text{т}} (T^{\text{т}} - 273) + c_p^{\text{в}} G^{\text{в}} (T^{\text{в}} - 273) + \\ + c_p^{\text{п}} G^{\text{п}} (T^{\text{п}} - 273) + c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| (T_{j_1}^{\text{м}} - 273) + \\ + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right| (T_{j_1}^{\text{м}} - 273), \quad (8)$$

где индекс «в» относится к воздуху, а «п» — к его подсосу.

Конвективный тепловой поток, отдаваемый первой по ходу газов объемной зоной, находится так же, как и для всех последующих зон, по уравнению (3). С учетом этого зависимость, определяющая величину результирующего конвективного теплового потока, имеет вид

$$Q_i^{\text{к}} = (\alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} + c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right|) T_{j_1}^{\text{м}} + \\ + \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}} T_{j_2}^{\text{ф}} - (c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} + \alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} + \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}}) T_i^{\text{г}} + \\ + c_p^{\text{т}} G^{\text{т}} T^{\text{т}} + c_p^{\text{в}} G^{\text{в}} T^{\text{в}} + c_p^{\text{п}} G^{\text{п}} T^{\text{п}} - \\ - 273 (c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right| - \\ - c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} + c_p^{\text{т}} G^{\text{т}} + c_p^{\text{в}} G^{\text{в}} + c_p^{\text{п}} G^{\text{п}}). \quad (9)$$

Алгоритмы расчета коэффициентов конвективного обмена для первой по ходу газа объемной зоны ($i = m + 1$) в соответствии с (9) описываются следующими формулами:

$$g_i^0 = c_p^{\text{т}} G^{\text{т}} T^{\text{т}} + c_p^{\text{в}} G^{\text{в}} T^{\text{в}} + c_p^{\text{п}} G^{\text{п}} T^{\text{п}} - \\ - 273 (c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right| - \\ - c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} + c_p^{\text{т}} G^{\text{т}} + c_p^{\text{в}} G^{\text{в}} + c_p^{\text{п}} G^{\text{п}}), \quad (10)$$

$$g_{ki} = \begin{cases} 0 \quad \text{при } k \neq j_1, k \neq j_2, k \neq j_3, k \neq i; \\ \alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} + c_{p,j_1}^{\text{л}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{л}}\right| + c_{p,j_1}^{\text{м}} \left|\Delta G_{j_1}^{\text{м}}\right| \quad \text{при } k = j_1; \\ \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}} \quad \text{при } k = j_2; \\ -(c_{p,i}^{\text{г}} G_i^{\text{г}} + \alpha_{j_1}^{\text{м}} F_{j_1}^{\text{м}} + \alpha_{j_2}^{\text{ф}} F_{j_2}^{\text{ф}}) \quad \text{при } k = i. \end{cases} \quad (11)$$

Алгоритмы (6), (7) и (10), (11) применимы для мо-

делирования теплообмена в печах, работающих в режимах прямотока и противотока.

Уравнение (1) для объемных зон может быть записано в виде

$$\sum_k (a_{ki}T_k^4 + g_{ki}T_k) + g_i^0 + Q_{\text{н}}^{\text{р,т}}\left|\Delta G_i^{\text{т}}\right| + \\ + (1-k^{\text{м}})\, Q_{\text{н}}^{\text{р,м}}\left|\Delta G_i^{\text{м}}\right| + Q_{\text{н}}^{\text{р,л}}\left|\Delta G_i^{\text{л}}\right|, \qquad (12)$$

где $Q_{\text{н}}^{\text{р}}$ — низшая теплота сгорания рабочего топлива, Дж/кг; $k^{\text{м}}$ — доля тепла от сгорания материала, поглощаемая им самим.

На рис. 3 для режима прямотока материала и газа обозначены конвективные потоки, участвующие в теплообмене зон материала, и показаны их направления.

В соответствии с рис. 3 конвективный тепловой поток, принимаемый материалом, выражается зависимостью

$$Q_i^{\text{к,пр}} = \alpha_i^{\text{м}} F_i^{\text{м}} (T_{j_1}^{\text{г}} - T_i^{\text{м}}) + c_{p,j_2}^{''\text{м}} G_{j_2}^{\text{м}} (T_{j_2}^{''\text{м}} - 273), \qquad (13)$$

где первое слагаемое — поток тепла от объемной зоны к поверхностной, второе — поток тепла за счет движения материала из предыдущей смежной зоны j_2.

Конвективный тепловой поток, отдаваемый материалом, складывается потоками, показанными на рис. 3, т.е.

$$Q_i^{\text{к,р}} = c_{p,i}^{''\text{м}} G_i^{\text{м}} (T_i^{''\text{м}} - 273) + \\ + (c_{p,i}^{\text{л}}\left|\Delta G_i^{\text{л}}\right| + c_{p,i}^{\text{м}}\left|\Delta G_i^{\text{м}}\right|)\,(T_i^{\text{м}} - 273), \qquad (14)$$

где первое слагаемое представляет собой поток тепла за счет движения материала, второе - поток тепла в смежную газовую зону за счет выделения летучих веществ и переносимый сгоревшим материалом. Результирующий конвективный тепловой поток в соответствии с (13) и (14) определяется выражением

$$Q_i^{\text{к}} = Q_i^{\text{к,пр}} - Q_i^{\text{к,р}} = \alpha_i^{\text{м}} F_i^{\text{м}} T_{j_1}^{\text{г}} - \alpha_i^{\text{м}} F_i^{\text{м}} T_i^{\text{м}} + \\ + c_{p,j_2}^{''\text{м}} G_{j_2}^{\text{м}} (T_{j_2}^{''\text{м}} - 273) - c_{p,i}^{''\text{м}} G_i^{\text{м}} (T_i^{''\text{м}} - 273) - \\ - (c_{p,i}^{\text{л}}\left|\Delta G_i^{\text{л}}\right| + c_{p,i}^{\text{м}}\left|\Delta G_i^{\text{м}}\right|)\,(T_i^{\text{м}} - 273). \qquad (15)$$

С целью исключения из уравнений значений температуры материала в начале и конце участков выразим их через известную исходную температуру ($T_{\text{исх}}^{\text{м}}$) материала, поступающего на прокалку, и его зональные температуры, используя формулы линейной интерполяции:

— для режима прямотока

$$T_n'' = T_n + (T_n - T_{n-1})/2 = (3T_n - T_{n-1})/2 \text{ и } T_1' = T_{\text{исх}}^{\text{м}},$$

— для режима противотока

$$T_1' = T_1 + (T_1 - T_2)/2 = (3T_1 - T_2)/2 \text{ и } T_n' = T_{\text{исх}}^{\text{м}};$$

— для обоих режимов

$$T_i'' = (T_i + T_{i+1})/2,$$

где штрихами «'» и «''» обозначены начало и конец участка соответственно.

После подстановки значений для прямотока в уравнение (15) и алгебраических преобразований с целью разделения зональных температур получим

$$Q_i^{\text{к}} = \left[(c_{p,j_2}^{''\text{м}} G_{j_2}^{\text{м}} - c_{p,i}^{''\text{м}} G_i^{\text{м}})/2 - \alpha_i^{\text{м}} F_i^{\text{м}} - \right. \\ \left. - c_{p,i}^{\text{л}}\left|\Delta G_i^{\text{л}}\right| - c_{p,i}^{\text{м}}\left|\Delta G_i^{\text{м}}\right|\right] T_i^{\text{м}} + (c_{p,j_2}^{''\text{м}} G_{j_2}^{\text{м}}/2) T_{j_2} - \\ - (c_{p,i}^{''\text{м}} G_i^{\text{м}}/2) T_{i+1} + \alpha_i^{\text{м}} F_i^{\text{м}} T_{j_1}^{\text{г}} - 273 (c_{p,j_2}^{''\text{м}} G_{j_2}^{\text{м}} - \\ - c_{p,i}^{''\text{м}} G_i^{\text{м}} - c_{p,i}^{\text{л}}\left|\Delta G_i^{\text{л}}\right| - c_{p,i}^{\text{м}}\left|\Delta G_i^{\text{м}}\right|). \qquad (16)$$

Из этого выражения с учетом того, что для режима противотока знаки третьего и четвертого слагаемых уравнения (15) должны быть заменены на

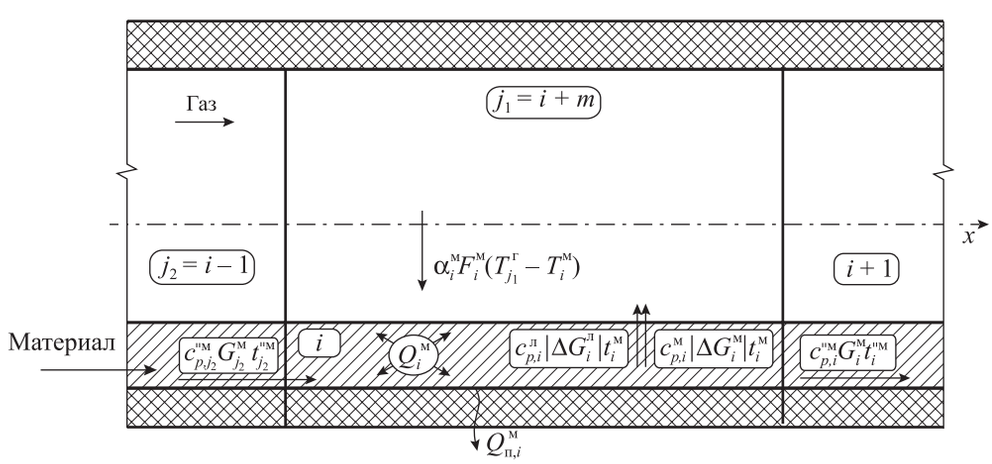

Рис. 3. Схема конвективных тепловых потоков, источников и стоков зон на поверхности материала

Параметры, обозначенные индексом «''», относятся к концу участка; j_1 – номер смежной газовой зоны; j_2 – номер предыдущей зоны материала; $Q_{\text{п}}$ – мощность теплового потока потерь, Вт

противоположные, определим для всех зон, кроме первой и последней, значения коэффициентов конвективного обмена:

$$g_{0i} = -273[(\pm(c''^{\text{м}}_{p,j_2} G^{\text{м}}_{j_2} - c''^{\text{м}}_{p,i} G^{\text{м}}_i) - \\ - c^{л}_{p,i}|\Delta G^{л}_i| - c^{\text{м}}_{p,i}|\Delta G^{\text{м}}_i|)], \quad (17)$$

(здесь и далее верхний арифметический знак относится к прямотоку, а нижний — к противотоку)

$$g_{ki} = \begin{cases} 0 \quad \text{при } k \neq j_1,\ k \neq j_2,\ k \neq j_3,\ k \neq i+1; \\ \pm c''^{\text{м}}_{p,j_2} G^{\text{м}}_{j_2}/2 \quad \text{при } k = j_2; \\ \pm(c''^{\text{м}}_{p,j_2} G^{\text{м}}_{j_2} - c''^{\text{м}}_{p,i} G^{\text{м}}_i)/2 - \\ -\alpha^{\text{м}}_i F^{\text{м}}_i - c^{л}_{p,i}|\Delta G^{л}_i| - c^{\text{м}}_{p,i}|\Delta G^{\text{м}}_i| \quad \text{при } k = i; \\ \mp c''^{\text{м}}_{p,i} G^{\text{м}}_i/2 \quad \text{при } k = i+1; \\ \alpha^{\text{м}}_i F^{\text{м}}_i \quad \text{при } k = j_1. \end{cases} \quad (18)$$

Аналогичные преобразования уравнения (15) для 1-й и n-й зон печи, работающей в режиме прямотока, дают следующие зависимости:

$$Q^{\text{к}}_1 = -(c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1/2 + \alpha^{\text{м}}_1 F^{\text{м}}_1 + c^{л}_{p,1}|\Delta G^{л}_1| + c^{\text{м}}_{p,1}|\Delta G^{\text{м}}_1|) T^{\text{м}}_1 - \\ -(c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1/2) T_2 + \alpha^{\text{м}}_1 F^{\text{м}}_1 T^{\text{г}}_{j_1} + c'^{\text{м}}_{p,1} P T^{\text{м}}_{\text{исх}} - \\ -273(c'^{\text{м}}_{p,1} P - c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1 - c^{л}_{p,1}|\Delta G^{л}_1| - c^{\text{м}}_{p,1}|\Delta G^{\text{м}}_1|), \quad (19)$$

$$Q^{\text{к}}_n = [(c'^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_{n-1} - 3c''^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_n)/2 - \alpha^{\text{м}}_n F^{\text{м}}_n - \\ - c^{л}_{p,n}|\Delta G^{л}_n| - c^{\text{м}}_{p,n}|\Delta G^{\text{м}}_n|] T^{\text{м}}_n + (c''^{\text{м}}_{p,n-1} G^{\text{м}}_{n-1}/2) T_{n-1} + \\ + \alpha^{\text{м}}_n F^{\text{м}}_n T^{\text{г}}_{j_1} - 273(c'^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_{n-1} - c''^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_n - \\ - c^{л}_{p,n}|\Delta G^{л}_n| - c^{\text{м}}_{p,n}|\Delta G^{\text{м}}_n|), \quad (20)$$

где P — производительность печи по исходному материалу, кг/с.

Выражения для коэффициентов конвективного обмена в уравнениях теплового баланса 1-й и n-й зон в соответствии с (19) и (20) имеют вид

$$g_{01} = c'^{\text{м}}_{p,1} P T^{\text{м}}_{\text{исх}} - 273(c'^{\text{м}}_{p,1} P - c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1 - \\ - c^{л}_{p,1}|\Delta G^{л}_1| - c^{\text{м}}_{p,1}|\Delta G^{\text{м}}_1|), \quad (21)$$

$$g_{k1} = \begin{cases} 0 \quad \text{при } k \neq j_1,\ k \neq 1,\ k \neq 2; \\ -(c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1/2 + \alpha^{\text{м}}_1 F^{\text{м}}_1 + \\ + c^{л}_{p,1}|\Delta G^{л}_1| + c^{\text{м}}_{p,1}|\Delta G^{\text{м}}_1|) \quad \text{при } k = 1; \\ -c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1/2 \quad \text{при } k = 2; \\ \alpha^{\text{м}}_1 F^{\text{м}}_1 \quad \text{при } k = j_1. \end{cases} \quad (22)$$

$$g_{0n} = -273(c'^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_{n-1} - c''^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_n - \\ - c^{л}_{p,n}|\Delta G^{л}_n| - c^{\text{м}}_{p,n}|\Delta G^{\text{м}}_n|), \quad (23)$$

$$g_{kn} = \begin{cases} 0 \quad \text{при } k \neq j_1, k \neq n-1, k \neq n; \\ c''^{\text{м}}_{p,n-1} G^{\text{м}}_{n-1}/2 \quad \text{при } k = n-1; \\ (c'^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_{n-1} - 3c''^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_n)/2 - \\ -\alpha^{\text{м}}_n F^{\text{м}}_n - c^{л}_{p,n}|\Delta G^{л}_n| - c^{\text{м}}_{p,n}|\Delta G^{\text{м}}_n| \quad \text{при } k = n; \\ \alpha^{\text{м}}_n F^{\text{м}}_n \quad \text{при } k = j_1. \end{cases} \quad (24)$$

Для режима противотока получены следующие зависимости для значений g первой и последней зон материала:

$$g_{01} = -273\,(c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1 - c'^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1 - \\ - c^{л}_{p,1}|\Delta G^{л}_1| - c^{\text{м}}_{p,1}|\Delta G^{\text{м}}_1|), \quad (25)$$

$$g_{k1} = \begin{cases} 0 \quad \text{при } k \neq j_1, k \neq 1, k \neq 2; \\ (c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_2 - 3c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1)/2 - \alpha^{\text{м}}_1 F^{\text{м}}_1 - \\ - c^{л}_{p,1}|\Delta G^{л}_1| - c^{\text{м}}_{p,1}|\Delta G^{\text{м}}_1| \quad \text{при } k = 1; \\ (c''^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_2 + c'^{\text{м}}_{p,1} G^{\text{м}}_1)/2 \quad \text{при } k = 2; \\ \alpha^{\text{м}}_1 F^{\text{м}}_1 \quad \text{при } k = j_1. \end{cases} \quad (26)$$

$$g_{0n} = c''^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_n T^{\text{м}}_{\text{исх}} - 273(c''^{\text{м}}_{p,n} P - c'^{\text{м}}_{p,n} G^{\text{м}}_n - \\ - c^{л}_{p,n}|\Delta G^{л}_n| - c^{\text{м}}_{p,n}|\Delta G^{\text{м}}_n|), \quad (27)$$

$$g_{kn} = \begin{cases} 0 \quad \text{при } k \neq j_1, k \neq n-1, k \neq n; \\ -c''^{\text{м}}_{p,n-1} G^{\text{м}}_{n-1}/2 \quad \text{при } k = n-1; \\ -(c''^{\text{м}}_{p,n-1} G^{\text{м}}_{n-1}/2 + \alpha^{\text{м}}_n F^{\text{м}}_n + \\ + c^{л}_{p,n}|\Delta G^{л}_n| + c^{\text{м}}_{p,n}|\Delta G^{\text{м}}_n|) \quad \text{при } k = n; \\ \alpha^{\text{м}}_n F^{\text{м}}_n \quad \text{при } k = j_1. \end{cases} \quad (28)$$

Уравнения теплового баланса (1) для всех зон материала в соответствии с рис. 3 могут быть записаны в виде

$$\sum_k (a_{ki} T^4_k + g_{ki} T_k) + g^0_i + k^{\text{м}} Q^{\text{р,м}}_{\text{н}} |\Delta G^{\text{м}}_i| - Q^{\text{м}}_{\text{п},i} = 0. \quad (29)$$

Тепловой баланс поверхностных зон футеровки с номерами $i = n + 1, ..., 2n$ определяется выражением, учитывающим потоки излучения, конвекции теплоотдачей и потерь через футеровку ($Q^{\text{ф}}_{\text{п},i}$):

$$\sum_k (a_{ki} T^4_k + g_{ki} T_k) - Q^{\text{ф}}_{\text{п},i} = 0, \quad (30)$$

где

$$g_{ki} = \begin{cases} 0 & \text{при } k \neq i, k \neq i+n+2; \\ -\alpha_i^{ф} F_i^{ф} & \text{при } k = i; \\ \alpha_i^{ф} F_i^{ф} & \text{при } k = i+n+2. \end{cases} \quad (31)$$

Торцевые зоны с номерами $i = 2n + 1,..., m$ обмениваются радиационными тепловыми потоками с поверхностными и газовыми зонами внутри печи и отдают излучением во внешнюю среду тепловой поток потерь ($Q_{п,i}$). Поэтому тепловой баланс для этих зон определяется формулой

$$\sum_k a_{ki} T_k^4 - Q_{п,i} = 0. \quad (32)$$

Уравнения (29), (30) и (32) использованы с целью синтеза комплексной математической модели для процесса прокалки углеродных материалов в барабанной вращающейся печи. Для построения этой модели в операционной среде визуального программирования DelphiXE2 разработана компьютерная программа, позволяющая варьировать более 50 входных технологических и конструктивных параметров. С ее помощью можно получить 20 параметров в виде распределения по длине печи, в том числе поле зональных температур материала газа и футеровки.

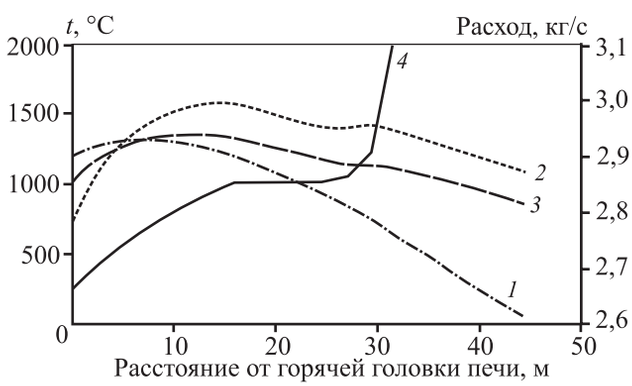

Рис. 4. Распределение температур материала (***1***), газа (***2***) и футеровки (***3***), а также расхода материала (***4***) по длине печи

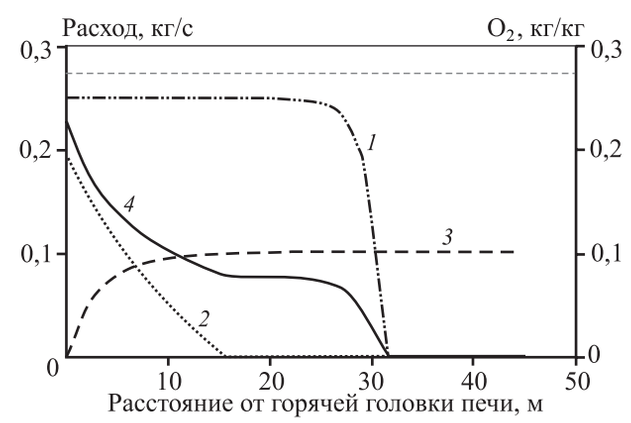

Рис. 5. Интегральные функции распределения расходов и содержания кислорода

1 – выход летучих веществ, ***2*** – угар материала, ***3*** – выгоревшее топливо, ***4*** – содержание кислорода в газе

На рис. 4 и 5 приведены некоторые результаты вычислительного эксперимента, выполненного с применением этой программы, в ходе исследования процесса прокалки нефтяного кокса в барабанной вращающейся печи, работающей в режиме противотока газа и кокса. Эти данные получены для промышленной печи длиной 45 м с диаметром рабочего пространства 2,37 м при времени прокалки 60 мин. Вычислительный эксперимент проведен при контролируемых значениях входных параметров: производительности 3,1 кг/с и расхода природного газа 0,12 кг/с. Сравнение показателей действующей печи с полученными результатами подтверждает адекватность математической модели, так как отклонение расчетных показателей (температура материала в горячей головке печи, температура отходящего газа и угар материала) не превышает 4 % от реальных значений [10].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанные зональные уравнения теплового баланса и алгоритмы расчета коэффициентов конвективного обмена позволяют моделировать тепловую работу барабанной вращающейся печи в ходе прокалки углеродных материалов в режимах как прямотока, так и противотока. Программа, реализующая комплексную математическую модель этого процесса, обеспечивает возможность его адекватного компьютерного моделирования с целью экспериментального вычислительного исследования и автоматизированного проектирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнов В.А., Бухмиров В.В., Крупенников С.А.* Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей / Под ред. В.А. Арутюнова. М.: Металлургия, 1990.
2. *Мешков Е.И.* Развитие теории и совершенствование технологии производства графитированной электродной продукции на основе математических моделей массо- и теплопереноса: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. Владикавказ: СКГМИ, 2009.
3. *Арунянц Г.Г., Рутковский А.Л.* Математическое моде-

лирование в задачах проектирования систем управления сложными объектами. Калининград: Изд-во КГТУ, 2011.
4. *Khan J.A., Pal D., Morse J.S.* // Hazardous Waste and Hazardous Materials. 1993. Vol. 10 (1). P. 81—95.
5. *Leger C.B., Cundy V.A., Sterling A.M.* // Environmental Sci. Technol. 1993. Vol. 27. P. 677—690.
6. *Мешков Е.И.* // Изв. вузов. Цв. металлургия. 2006. № 4. С. 71—74.
7. *Мешков Е.И.* // Там же. С. 75—79.
8. *Мешков Е.И.* // Цв. металлы. 2007. № 5. С. 36—39.
9. *Мешков Е.И.* // Там же. 2008. № 3. С. 61—65.
10. *Мешков Е.И., Герасименко Т.Е., Ковалёва М.А.* // Цв. металлургия. 2012. № 4. С. 53—56.

УДК 669.536.22

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРАЦИИ В ПРОИЗВОДСТВЕ ЦИНКА

© 2014 г. **А.Л. Рутковский, Д.Н. Дюнова**

Северо-Кавказский горно-металлургический институт
(государственный технологический университет), г. Владикавказ

Статья поступила в редакцию 08.06.14 г., доработана 30.06.14 г., подписана в печать 07.07.14 г.

Разработана математическая модель процесса фильтрации в производстве цинка, основанная на уравнениях материального баланса по расходам технологических сред и концентрациям отдельных компонентов. Модель позволяет определять расходы и количества получаемых продуктов процесса, оценивать его текущее состояние и прогнозировать будущие состояния.

Ключевые слова: математическая модель, процесс фильтрации, производство цинка, статическая характеристика, материальный баланс.

A mathematical model of the filtration process in zinc production based on material balance equations by consumptions of production media and concentrations of separate components is developed. The model enables one to determine consumptions and amounts of fabricated products, evaluate its current state, and predict future states.

Keywords: mathematical model, filtering process, zinc production, static characteristic, material balance.

ВВЕДЕНИЕ

Фильтрационному разделению промышленных пульп, которое на сегодняшний день является одним из самых важных и сложных переделов и часто выступает лимитирующей стадией металлургического производства, в настоящее время уделяется значительное внимание [1]. Результаты работы большинства цинк-электролитных предприятий во многом определяются эффективностью процессов фильтрации цинковых кеков, так как своевременный отбор твердого остатка от выщелачивания является одним из факторов, стабилизирующих процесс переработки концентратов [2, 3]. Разделение технологических сред фильтрацией сводится к решению важных технологических задач, связанных со снижением потерь водорастворимого цинка с кеками и компенсацией потерь влаги во всей технологической цепочке

Рутковский А.Л. – докт. техн. наук, профессор кафедры теории и автоматизации металлургических процессов и печей СКГМИ (362000, РСО-Алания, г. Владикавказ ул. Николаева, 44). Тел.: (88672) 74-38-15.
E-mail: Rutkowski@mail.ru.

Дюнова Д.Н. – канд. техн. наук, доцент той же кафедры. E-mail: Dunova_DN@mail.ru.