

УДК 622.271.1 : 669.213.1

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ТЯЖЕЛОСРЕДНОМ ЦЕНТРОБЕЖНОМ СЕПАРАТОРЕ

© 2014 г. **А.А. Солоденко**

Северо-Кавказский горно-металлургический институт  
(государственный технологический университет) (СКГМИ), г. Владикавказ

Статья поступила в редакцию 26.09.12 г., подписана в печать 09.04.13 г.

Дано краткое описание центробежного тяжелосреднего сепаратора с двухслойной разделительной средой, предназначенного для повышения качества гравитационных концентратов при обогащении рудного сырья цветных, редких и благородных металлов, приводится его принципиальная схема. Рассмотрено решение дифференциальных уравнений движения разделяемых частиц в его рабочей зоне. В результате получены аналитические выражения наиболее важных гидродинамических параметров перемещения легких и тяжелых частиц – радиальной и продольной их скоростей, необходимых для корректных расчетов основных конструктивных элементов сепаратора. Испытаниями лабораторной модели аппарата на искусственных смесях кварца и галенита установлено, что взаимозасорение продуктов сепарации не превышает 5%.

**Ключевые слова:** тяжелые среды, центробежное поле, сепараторы, руды, обогащение, концентраты.

A short description of centrifugal dense-media separation unit with two-layered isolation medium designed for improvement in the quality of gravity concentrates is given in dressing crude ore of color, rare, and precious metals; its basic diagram is shown. The solution of differential equations describing the separated particle movement in the working area is considered. As a result, analytical expressions of the most important hydrodynamic parameters of easy and heavy particle movement, i.e. their radial and longitudinal speeds necessary for correct calculations of the basic constructive elements of the separation unit, are obtained. The tests of a laboratory model of the device on artificial mixtures of quartz and galena have shown that the mutual contamination of separation products does not exceed 5%.

**Key words:** heavy media, centrifugal field, separation unit, ores, beneficiation, concentrates.

В практике минералогических исследований используют расслаивание минералов по плотности в тяжелых растворах органических соединений (бромформ, тетрабромэтан, жидкости Клеричи, Туле, М-45 и др.). При фракционировании мелкозернистого материала тяжелосреднюю сепарацию осуществляют в центрифугах с большим ускорением. Это повышает производительность процесса и эффективность разделения. Промышленному применению в практике обогащения руд этого эффективного метода сепарации препятствуют токсичность, высокая стоимость и большой расход тяжелых растворов. С целью преодоления указанных трудностей разработан центробежный тяжелосредний сепаратор, принципиальная схема которого представлена на рисунке.

Отличительная особенность данного аппарата состоит в том, что рабочий объем среды разделения состоит из двух слоев несмешивающихся между собой жидкостей. Нижний, у стенок ротора, — это тяжелая жидкость (бромформ), а верхний слой в его центральной части — легкая жидкость, например вода. Могут быть и другие комбинации. Схема позволяет разделять материал, подаваемый в виде пульпы, что для промышленной практики является важным. Наличие водной фазы в данном случае препятствует испарению тяжелой жидкости, что повышает безопасность ее использования и снижает ее расход, не допуская закрепления на минеральных частицах.

Для расчета конструктивных параметров основных узлов центробежного сепаратора необходимо

**Солоденко А.А.** – канд. техн. наук, главный инженер испытательной золотоизвлекательной фабрики ОАО «Рудник им. А. Матросова», докторант кафедры обогащения полезных ископаемых СКГМИ (362021, РСО-Алания, г. Владикавказ, ул. Николаева, 44, корп. 10). Тел.: (867) 240-73-33. E-mail: alex-sol-7@mail.ru.

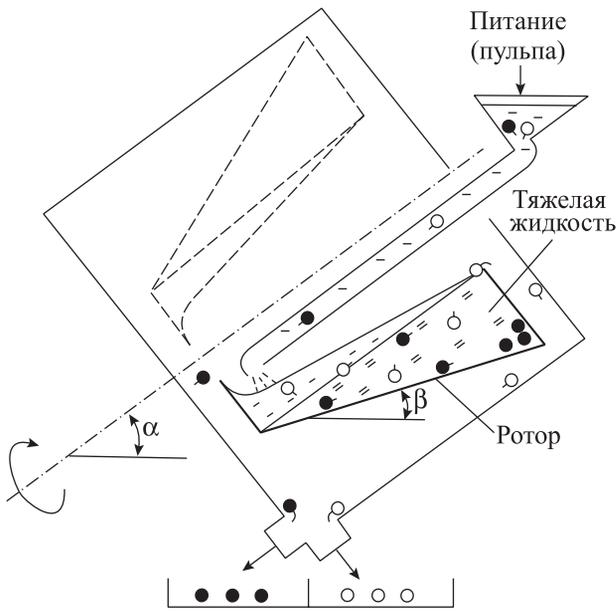


Схема центробежного тяжелосреднего сепаратора

знать гидродинамические закономерности перемещения частиц в объеме тяжелой жидкости.

Рассмотрим силы, действующие на частицу, движущуюся в направлении центробежной силы ( $F_{ц}$ ). Этому движению препятствуют центробежная выталкивающая сила ( $F_{в}$ ), сила сопротивления ( $F_{с}$ ) и сила инерции массы среды, присоединенной к частице ( $F_{ч}$ ). Результирующая сила определяется уравнением

$$F = F_{ц} - F_{в} - F_{с} - F_{ч} \quad (1)$$

или, в развернутом виде для шарообразной частицы:

$$\frac{\pi d_{ч}^3}{6} \rho_{ч} \frac{dv}{dt} = \frac{\pi d_{ч}^3}{6} (\rho_{ч} - \rho_{ж}) \omega^2 - \psi \rho_{ж} d_{ч}^2 v^2 - \xi \frac{\pi d_{ч}^3}{6} \rho_{ж} \frac{dv}{dt}, \quad (2)$$

где  $\psi$  — коэффициент сопротивления;  $\xi$  — коэффициент присоединенной массы;  $v$  — скорость частицы, м/с;  $\omega = 1/2 \pi R n^2$  — ускорение частицы, м/с<sup>2</sup>;  $n$  — число оборотов ротора, с<sup>-1</sup>;  $R$  — радиус ротора, м.

После преобразования уравнения (2) получим

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6 \rho_{ж}}{\pi d_{ч} (\rho_{ч} + \xi \rho_{ж})} \psi v^2 = \frac{(\rho_{ч} - \rho_{ж}) \omega^2}{\rho_{ч} + \xi \rho_{ж}}, \quad (3)$$

или

$$dv/dt + k \psi v^2 = l, \quad (4)$$

где коэффициенты  $l$  и  $k$  равны

$$l = \frac{(\rho_{ч} - \rho_{ж}) \omega^2}{\rho_{ч} + \xi \rho_{ж}}, \quad k = \frac{6 \rho_{ж}}{\pi d_{ч} (\rho_{ч} + \xi \rho_{ж})}. \quad (5)$$

Аппроксимация кривой Рейля [1, 2] в диапазоне средних чисел Рейнольдса ( $Re = 10 \div 3000$ ) позволяет получить выражение для определения коэффициента сопротивления:

$$\psi = 0,115 \left( 1 + \frac{9}{\sqrt{Re}} \right)^2. \quad (6)$$

Подставив его в формулу (4), получим дифференциальное уравнение радиального перемещения тяжелых частиц:

$$l = \frac{dv}{dt} + k_1 \left( 1 + \frac{9}{\sqrt{Re}} \right)^2 v^2, \quad (7)$$

где

$$k_1 = 0,115k = \frac{0,67 \rho_{ж}}{\pi d_{ч} (\rho_{ч} + \xi \rho_{ж})}. \quad (8)$$

Используя преобразования вида

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dL} \frac{dL}{dt} = v \frac{dv}{dL}, \quad v = \frac{Re \eta}{d_{ч} \rho_{ж}}, \quad (9)$$

где  $L$  — путь частицы в радиальном направлении, м;  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости, Н·с/м<sup>2</sup>, выражение (7) можно представить как

$$\frac{Re d Re}{dL} = l_1 - k_1 \left( Re + \frac{9}{\sqrt{Re}} \right)^2 Re^2, \quad (10)$$

где

$$l_1 = l \frac{d_{ч}^2 \rho_{ж}^2}{\eta^2}. \quad (11)$$

Решим уравнение (10) с разделяющимися переменными  $L$ :

$$L = \int \frac{Re d Re}{l_1 - k_1 (Re + 9/\sqrt{Re})^2}. \quad (12)$$

Последовательно осуществляя замену переменных по формулам  $\sqrt{Re} = x$ ,  $Re = x^2$  и  $dRe = 2x dx$ , а также имея в виду, что  $l_1/k_1 = \Phi^2$ , из уравнения (12) получаем

$$L = \frac{2}{k_1} \int \frac{x^3 dx}{(\Phi - x^2 - 9x)(\Phi + x^2 + 9x)}. \quad (13)$$

В знаменателе подынтегральной функции имеем произведение квадратных трехчленов со следующими корнями:

$$\begin{aligned} x^2 + 9x + \Phi = 0, & \quad x_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{4,5^2 - \Phi}, \\ x^2 + 9x - \Phi = 0, & \quad x_{3,4} = -4,5 \pm \sqrt{4,5^2 + \Phi}. \end{aligned} \quad (14)$$

Учитывая, что  $\Phi \gg 4,5^2$ , в дальнейших преобразованиях используем только корни  $x_3$  и  $x_4$ . Тогда подынтегральную функцию можно представить как

$$\frac{-x_3}{(x-x_3)(x-x_4)(x^2+9x+\Phi)} = \frac{A^*}{x-x_3} + \frac{B^*}{x-x_4} + \frac{C^*x+D^*}{x^2+9x+\Phi}. \quad (15)$$

Величины  $A^*$ ,  $B^*$ ,  $C^*$  и  $D^*$  находим методом неопределенных коэффициентов:

$$A^* = \frac{-x_3^3}{(x_3-x_4)(x_3^2+9x_3+\Phi)},$$

$$B^* = \frac{-x_4^3}{(x_4-x_3)(x_4^2+9x_4+\Phi)}, \quad (16)$$

$$C^* = -1 - A^* - B^*, \quad D^* = \frac{\Phi(x_4A^* + x_3B^*)}{x_3x_4}.$$

Кроме того, учтем, что

$$\frac{C^*x+D^*}{x^2+9x+\Phi} = \frac{C^*}{2} \frac{2x+9}{x^2+9x+\Phi} + \frac{D^*}{(x+4,5)^2+\Phi-4,5^2} = \frac{C^*}{2} \frac{2x+9}{x^2+9x+\Phi} + \frac{D^*-4,5C^*}{(x+4,5)^2+\Phi-4,5^2}. \quad (17)$$

Тогда выражение (13) можно представить в виде

$$\frac{1}{2}k_1L = \int \frac{A^*dx}{x-x_3} + \int \frac{B^*dx}{x-x_4} + \int \frac{C^*dx}{x^2+9x+\Phi} dx =$$

$$= A^* \ln|x-x_3| + B^* \ln|x-x_4| + \frac{1}{2}C^* \ln(x^2+9x+\Phi) +$$

$$+ \frac{D^*-4,5C^*}{\sqrt{\Phi-4,5^2}} \operatorname{arctg} \frac{x+4,5}{\sqrt{\Phi-4,5^2}}. \quad (18)$$

С учетом начальных условий  $|x=0, L=0|$  переходим к определенному интегралу и получаем окончательное решение исходного дифференциального уравнения:

$$L = \frac{2}{k_1} \left[ A^* \ln \left| \frac{x-x_3}{-x_3} \right| + B^* \ln \left| \frac{x-x_4}{-x_4} \right| + \frac{C^*}{2} \ln \left| \frac{x^2+9x+\Phi}{\Phi} \right| + \frac{D^*-4,5C^*}{\sqrt{\Phi-4,5^2}} \times \right.$$

$$\left. \times \left( \operatorname{arctg} \frac{x+4,5}{\sqrt{\Phi-4,5^2}} - \operatorname{arctg} \frac{4,5}{\sqrt{\Phi-4,5^2}} \right) \right]. \quad (19)$$

Таким образом, получено выражение, связывающее переменные  $L$  и  $Re$ . Табулируя уравнение (19), можно получить зависимость скорости от пройденного частицей пути.

Как показывают расчеты, до установления постоянной скорости частица проходит путь от 2 до 12 ее диаметров. Следует иметь в виду, что скорость частицы, принимаемая к расчету, должна удовлетворять соотношению  $Re + 9\sqrt{Re} < \Phi$ , которое вытекает из положительности знаменателя в правой части уравнения (12). Представив данное соотношение в виде квадратного уравнения

$$Re + 9\sqrt{Re} - \Phi = 0, \quad (20)$$

где  $\Phi = \sqrt{l_1/k_1}$ , и решая его относительно скорости с учетом (9), можно получить формулу для определения конечной скорости радиального перемещения тяжелых частиц в слое тяжелой жидкости центробежного сепаратора:

$$v_0 = \eta [4,5 - \sqrt{20,25 + \Phi}]^2 (d_ч \rho_ж)^{-1}, \quad (21)$$

где

$$\Phi = 2,13 d_ч \rho_ж [d_ч \omega (\rho_ч - \rho_ж)]^{1/2} \eta^{-1}. \quad (22)$$

Выражение (21) достаточно универсально, поскольку получено из зависимости, удовлетворяющей функцию  $\psi(Re)$  в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Рассчитаем, например, скорость центробежного движения частицы галенита крупностью  $d_ч = 0,1$  мм и плотностью  $\rho_ж = 7900$  кг/м<sup>3</sup> в потоке центробежного сепаратора, ротор которого заполнен бромформом ( $\rho_ж = 2900$  кг/м<sup>3</sup>,  $\eta = 0,0021$  Н·с/м<sup>2</sup>) и вращается с ускорением  $\omega = 100$  g. Вначале определим коэффициент  $\Phi$ :

$$\Phi = \sqrt{\frac{l_1}{k_1}} = 2,13 \frac{d_ч \rho_ж}{\eta} \sqrt{\frac{d_ч \omega (\rho_ч - \rho_ж)}{\rho_ж}} = 121. \quad (23)$$

Тогда конечная скорость радиального движения составит

$$v_0 = 0,0021 [4,5 - \sqrt{20,25 + 121}]^2 (10^{-4} \cdot 2900)^{-1} = 0,4 \text{ м/с.}$$

Заметим, что скорость осаждения частицы галенита крупностью 0,1 мм в бромформе под действием гравитационной силы, рассчитанная по формуле Стокса, равна 0,02 м/с.

Основной силой, под действием которой в центробежном сепараторе легкие частицы перемещаются в сторону разгрузки, является гравитацион-

ная составляющая выталкивающей силы. Следовательно, ось вращения ротора аппарата должна составлять с направлением гравитационной силы угол не более 90°. Запишем дифференциальное уравнение движения легких частиц на границе раздела фаз:

$$\frac{\pi d_q^3}{6} \rho_q \frac{du}{dt} = \frac{\pi d_q^3}{6} \rho_q (\rho_{ж} - \rho_q) g \sin \alpha - \psi v^2 d_q^2 \rho_{ж}, \quad (24)$$

откуда

$$\frac{du}{dt} + \frac{6\rho_0}{\pi d_q \rho_q} \psi u^2 = \frac{(\rho_{ж} - \rho_q) g \sin \alpha}{\rho_q}, \quad (25)$$

или

$$du/dt + m\psi u^2 = n, \quad (26)$$

где  $n$  и  $m$  — постоянные коэффициенты. Согласно [1, 2], при малых числах Рейнольдса  $\psi = 3\pi\eta/(d_q\rho_0 u)$ .

Тогда

$$\frac{du}{dt} + m \frac{3\pi\eta}{d_q \rho_{ж}} u = n, \quad \text{или} \quad \frac{du}{dt} + m_1 u, \quad (27)$$

$$\ddot{y} + m_1 \dot{y} = n, \quad (28)$$

где

$$m_1 = \frac{6\rho_{ж}}{\pi d_q \rho_q} \frac{3\pi\eta}{d_q \rho_{ж}} = \frac{18\eta}{d_q^2 \rho_q}, \quad (29)$$

$a$  — текущая координата частицы по оси раздела фаз.

Общее решение однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами (29) и начальными условиями  $y = \dot{y} = 0$  при  $t = 0$  имеет вид

$$y^* = c_1 e^{0t} + c_2 e^{-m_1 t}, \quad \text{или} \quad y^* = c_1 + c_2 e^{-m_1 t}. \quad (30)$$

Частное решение неоднородного уравнения выглядит следующим образом:  $\bar{y} = At, \dot{y} = A, \ddot{y} = 0$ . Подставив эти значения в уравнение (28), имеем  $m_1 A = n$ , откуда  $A = n/m_1$ , следовательно,  $\bar{y} = (n/m)t$ . Тогда общее решение неоднородного уравнения находится по формулам

$$y = y^* + \bar{y} = c_1 + c_2 e^{-m_1 t} + \frac{n}{m_1} t, \quad (31)$$

$$\dot{y} = -c_2 m_1 e^{-m_1 t} + \frac{n}{m_1}. \quad (32)$$

Используя начальные условия, из этих выражений находим  $c_1 = -c_2 = -n/m_1^2$ . Подстановкой постоянных в уравнение (31) получаем окончательное решение:

$$y = -\frac{n}{m_1^2} + \frac{n}{m_1^2} e^{-m_1 t} + \frac{n}{m_1} t, \quad (33)$$

$$\dot{y} = -\frac{n}{m_1} e^{-m_1 t} + \frac{n}{m_1}. \quad (34)$$

Следовательно, скорость движения легких частиц ( $u$ ) и пройденный путь ( $s$ ) будут равны

$$u = \frac{n}{m_1} (1 - e^{-m_1 t}), \quad (35)$$

$$s = \frac{n}{m_1} \left[ t + \frac{1}{m_1} (e^{-m_1 t} - 1) \right]. \quad (36)$$

Расчеты по этим формулам показывают, что скорость частицы быстро увеличивается до величины, равной  $n/m_1$ . Время достижения 95 % конечной скорости можно найти из соотношения  $1 - \exp(-m_1 t) = 0,95$ . В развернутом виде конечная скорость движения легких частиц на границе раздела фаз определяется формулой

$$u_0 = \frac{n}{m_1} = \frac{d_q^2 g (\rho_{ж} - \rho_q) \sin \alpha}{18\eta}. \quad (37)$$

Расчеты по уравнению (37) показывают, что частицы кварца крупностью 1 мм в бромформе движутся со скоростью 0,1 м/с; при уменьшении размера частиц в 10 раз скорость их движения к разгрузке снижается в 100 раз. Следовательно, определение геометрических параметров центробежного тяжелосредного сепаратора следует осуществлять по скорости перемещения легких частиц.

На основании результатов выполненных теоретических исследований разработана и изготовлена лабораторная модель центробежного тяжелосредного сепаратора (см. рисунок). Испытания аппарата на пробах искусственных смесей галенита и кварца крупностью 0,1 мм подтвердили его работоспособность и эффективность. Микроскопический анализ продуктов разделения показал, что взаимозасорение продуктов не превышает 5 %. В настоящее время ведутся работы по созданию опытно-промышленного образца центробежного сепаратора.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для повышения качества гравитационных концентратов разработана конструкция тяжелосред-

ного центробежного сепаратора с двухслойной разделительной средой. Аналитическим решением дифференциальных уравнений движения частиц в аппарате определены гидродинамические параметры перемещения легких и тяжелых частиц в рабочей зоне. Изготовлена и успешно испытана на искусственных смесях кварца и галенита лабораторная модель сепаратора. Выявлено, что взаимозасорение продуктов сепарации не превышает 5 %.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Лященко П.В.* Гравитационные методы обогащения. М.: Госгортехиздат, 1940.
2. *Лопатин А.Г.* Центробежное обогащение руд и песков. М.: Недра, 1985.
3. Справочник по обогащению руд. Т. 2. Ч 1, 2. М.: Недра, 1974.
4. *Берт Р.О.* Технология гравитационного обогащения. М.: Недра, 1990.

УДК 553.4:351.823

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВЫБОРА СЕРОСОДЕРЖАЩИХ СОБИРАТЕЛЕЙ ПРИ ФЛОТАЦИИ СУЛЬФИДНЫХ РУД

© 2014 г. **Ш.К. Амерханова, Р.М. Шляпов, А.С. Уали**

Карагандинский государственный университет им. акад. Е.А. Букетова,  
г. Караганда, Казахстан

Статья поступила в редакцию 29.08.12 г., доработана 25.01.13 г., подписана в печать 31.01.13 г.

Проведены исследования комплексобразующей способности серосодержащих собирателей по отношению к ионам металлов ( $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Ni}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Co}^{2+}$ ) при температуре 298 К и ионной силе 0,075–0,75 моль/л ( $\text{NaNO}_3$ ). Установлено, что для фосфорсодержащих собирателей наибольшим средством к ионам металлов обладает дибутилдитиофосфат калия, а максимальную комплексобразующую способность проявляет ион  $\text{Co}^{2+}$ . Получены ряды термодинамической стабильности, а также рассчитаны величины изменения энтальпии, энтропии и энергии Гиббса, температурно-независимые вклады в  $\Delta G^0$  комплексов ионов металлов с анионами собирателей.

**Ключевые слова:** серосодержащие собиратели, ксантогенат, флотореагент, константа устойчивости, термодинамические параметры.

Investigations of complexing ability of sulfur-containing collectors in relation to ions of metals ( $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Ni}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Co}^{2+}$ ) have been carried out at the temperature of 298 K and ionic strength of 0.075–0.75 mole/liter ( $\text{NaNO}_3$ ). It is established that potassium dibutylthiophosphate possesses the largest affinity to metal ions among the phosphorus-containing collecting agents and  $\text{Co}^{2+}$  ion exhibits the maximum complexing ability. The rows of thermodynamic stability are obtained as well as the values of enthalpy, entropy, and Gibbs energy changes, temperature-dependent and temperature-independent contributions into  $\Delta G^0$  of metal ion complexes with collector anions are calculated.

**Key words:** sulfur-containing collectors, xanthogenate, flotation agent, stability constant, thermodynamic parameters.

## ВВЕДЕНИЕ

В последнее время внимание ведущих ученых в области координационной химии и технологов обогатительной отрасли сосредоточено на вопросах,

касающихся оценки влияния физико-химических свойств собирателей на комплексобразующую способность [1]. Однако публикаций, посвященных

**Амерханова Ш.К.** – докт. хим. наук, профессор кафедры физической и аналитической химии КарГУ (100028, Республика Казахстан, г. Караганда, ул. Университетская, 28). E-mail: amerkhanova\_sh@mail.ru.

**Шляпов Р.М.** – канд. хим. наук, доцент кафедры химической технологии и нефтехимии КарГУ.

**Уали А.С.** – канд. хим. наук, доцент той же кафедры. E-mail: ualiev.a.84@mail.ru.