УДК: 622.7 : 519.711.2 DOI: dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2016-3-4-11

КИНЕТИКА МИНЕРАЛИЗАЦИИ ПУЗЫРЬКОВ ВОЗДУХА С УЧЕТОМ ОТРЫВА ЧАСТИЦ И ВРЕМЕНИ ВСПЛЫВАНИЯ АГРЕГАТОВ

© 2016 г. **В.Д. Самыгин**

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», г. Москва

Статья поступила в редакцию 23.03.15 г., доработана 23.03.16 г., подписана в печать 28.03.16 г.

В условиях периодической беспенной флотации совместное рассмотрение субпроцессов захвата частиц, отрыва и всплывания агрегатов показало, что на отдельном пузырьке за время его подъема (τ_m) образовывалась минеральная нагрузка, составляющая часть от равновесной минеральной нагрузки, которая может быть достигнута при бесконечном времени минерализации. Состав минеральной нагрузки и скорость ее достижения предложено характеризовать двумя безразмерными параметрами, которые зависят от интенсивностей субпроцессов. Параметр сорта частиц (B) однозначно определялся соотношением интенсивности отрыва к интенсивности захвата, а безразмерное время (D) – соотношением скоростей захвата и отрыва частиц к скорости подъема пузырька воздуха. Получено уравнение кинетики минерализации многими пузырьками в экспоненциальном виде, аналогичном уравнению первого порядка (Белоглазова). В константе скорости минерализации (K_m) интенсивности субпроцессов захвата и отрыва определяют величину извлечения отдельным пузырьком (ε_{bm}) за время τ_m, а расход воздуха – суммарное извлечение ε.

Ключевые слова: флотация, пузырек, кинетика, минерализация, субпроцесс, интенсивность.

Самыгин В.Д. – докт. техн. наук, вед. эксперт кафедры обогащения и переработки полезных ископаемых и техногенного сырья НИТУ «МИСиС» (119049, г. Москва, Ленинский пр-т, 4). E-mail: visamiguin@yandex.ru.

Для цитирования: *Самыгин В.Д.* Кинетика минерализации пузырьков воздуха с учетом отрыва частиц и времени всплывания агрегатов // Изв. вузов. Цвет. металлургия. 2016. No. 3. С. 4–11.
DOI: dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2016-3-4-11.

Samygin V.D.

Kinetics of the air bubble mineralization considering separation of particles and time of aggregate emerging

The joint review of particle capturing, aggregate separation and emerging subprocesses in the conditions of periodic froth free flotation showed that mineral load formed on a separate bubble during its ascent (τ_m). This load is part of the equilibrium mineral load that can be reached in an endless mineralization time. It was proposed to characterize the composition of mineral load and speed of its achievement with two dimensionless parameters, which depend on the intensities of the subprocesses. The type of the particle parameter (B) was uniquely determined by the ratio of separation intensity and capture intensity, and the dimensionless time D – by correlation of particle capture and separation speeds to the air bubble rise velocity. The kinetics equation of mineralization with many bubbles was formulated in the exponential form similar to the first order equation (Beloglazov's equation). In the mineralization rate constant (K_m), capture and separation subprocess intensities determine the value of individual bubble extraction (ε_{bm}) in time τ_m, and the air consumption defines the total removal value ε.

Keywords: flotation, bubble, kinetics, mineralization, subprocess, intensity.

Samygin V.D. – Dr. Sci. (Tech.), leading expert, Department of enrichment and processing of minerals and technogenic raw materials, National University of Science and Technology «MISIS» (119049, Russia, Moscow, Leninski pr., 4).
E-mail: visamiguin@yandex.ru.

Citation: *Samygin V.D.* Kinetika mineralizatsii puzyr'kov vozdukha s uchetom otryva chastits i vremeni vsplyvaniya agregatov. *Izv. vuzov. Tsvet. metallurgiya*. 2016. No. 3. P. 4–11. DOI: dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2016-3-4-11.

Введение

Субпроцессы отрыва частиц от пузырьков и их осыпания из пены уменьшают скорость флотации от 3 до 5 раз, а механический вынос гидрофильных частиц значительно снижает качество концентрата [1, 2].

Влияние на показатели флотационного обогащения субпроцессов исследовалось с помощью двух- и многофазных моделей (или так называемых микромоделей) [3—6].

Каждый субпроцесс описывали как переход частиц из одного состояния в другое с соответствующей интенсивностью. При составлении уравнений пренебрегали конвективным и диффузионным массопереносами и учитывали только источники и стоки [7], которые, как известно, являются главными из трех механизмов массопереноса при флотации [8, 9].

Первая микромодель была предложена в виде системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений [10], описывающих переходы частиц между 4 состояниями (частицы в пульпе, на пузырьках в пульпе, на пузырьках в пене и свободные в пене). Наиболее полная микромодель [8] имела 6 состояний и включала практически все возможные переходы частиц. Однако эти модели не были использованы для анализа процесса флотации из-за отсутствия достаточных экспериментальных данных для определения от 8 до 11 коэффициентов интенсивностей субпроцессов. Более простые модели (3 состояния) описывали периодический процесс флотации лучше, чем однофазная модель Белоглазова [11, 12].

Двухскоростные двухфазные модели разделительного массопереноса позволили определить условия повышения качества концентрата в колонных флотомашинах [13].

Интересным результатом систематического теоретического и экспериментального исследования модели пяти состояний явилось представление кинетики флотации как произведения конечной вероятности флотации на функцию распределения времени флотации [14]. В этом вероятностном подходе для двух- и трехфазных моделей флотируемость минерала предложено характеризовать двумя коэффициентами [14]. Интенсивность захвата (K_{12}) определяла конечное извлечение части частиц, попадающих в концентрат без отрыва от пузырьков и осыпания из пены. Интенсивность $K_ф$ характеризовала увеличение времени флотации остальных частиц, которые неоднократно отрывались и осыпались. Однако полученные уравнения были громоздки и содержали 7 интенсивностей субпроцессов. Для их определения требовался большой объем экспериментальных данных, которые можно было получать только на флотомашине особой конструкции [11, 14].

Методами вычислительной гидродинамики (CFD) устанавливались закономерности влияния турбулентной энергии перемешивания на субпроцессы захвата и отрыва частиц различной крупности и гидрофобности [15—18]. Для упрощения выкладок предполагалось, что имеются только полностью нагруженные и свободные пузырьки.

Таким образом, с помощью микромоделей исследовались основные закономерности флотационного процесса, но полученные уравнения были громоздки и представляли сложность для практического применения.

При изучении кинетики минерализации в беспенных аппаратах учитывался только один субпроцесс — захват частиц пузырьком воздуха [3, 4, 7, 8, 11]. Однако минерализация в беспенных условиях может сопровождаться отрывом, а пузырьки воздуха проходят зону минерализации в течение различного времени [7, 14].

Целью статьи являлся учет одновременного влияния субпроцессов захвата частиц пузырьками воздуха, их отрыва и всплывания агрегатов на кинетику минерализации в условиях периодической беспенной флотации.

Сущность подхода

Массоперенос во флотомашинах существенно осложняется наличием 3 потоков — пульпового, воздушного и пенного [7], от правильной организации которых зависит конечный результат разделения. Массоперенос с каждым потоком описывается дифференциальным уравнением второго порядка в частных производных.

Многофазные модели построены в пренебрежении конвективным и диффузионным механизмами, поэтому система вырождается в систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для каждого потока.

При описании использовалась следующая терминология. Понятие «интенсивность» применялось только для субпроцессов, а «константа скорости» — только для каких-либо процессов, которые зависели от нескольких субпроцессов.

В рамках однофазных представлений константу скорости флотации ($K_ф$, с$^{-1}$) представляли, в соответствии с работами [15—18], как

$$K_ф = ZP_cP_aP_sP_f,$$

где Z — частота соударения с одним пузырьком, с$^{-1}$; P_c, P_a, P_s и P_f — вероятности соответственно соударения, адгезии (или прилипания), удержания на пузырьке воздуха и в пене.

В рамках многофазных моделей (или микромоделей) субпроцессы захвата и отрыва частиц происходят одновременно, обеспечивая массообмен [3—8, 10, 14, 15, 19, 20]. В этом случае интенсивность субпроцесса захвата частиц пузырьком (K_{12}) включала почти все стадии, которые в рамках однофазного подхода [4, 6, 7, 19] входили в константу скорости флотации, за исключением вероятности удержания частиц в пене (P_f):

$$K_{12} = ZP_cP_aP_s.$$

Необходимо отметить, что в данную формулу не входит высота зоны минерализации, учет влияния которой производился в рамках однофазного подхода [3, 4, 7, 8, 11].

В объекте описания, которым является беспенный аппарат [7], кинетика минерализации изучается по зависимости массы частиц от числа пропущенных пузырьков за время t. Дополнительно задается частота следования пузырьков (ν, шт./с) и измеряется время их всплывания (τ_m) через зону минерализации высотой H, которая равна высоте взмучивания частиц перемешивающим устройством.

При описании предполагалось, что, во-первых, процесс минерализации каждого отдельного пузырька не зависит от их числа и частоты следования, т.е. выполняется свойство аддитивности; во-вторых, общий процесс характеризуется интенсивностями трех субпроцессов: захвата (K_{12}), отрыва (K_{21}) и транспорта (λ) в конечный продукт, что соответствует представлениям многих исследователей [3, 4, 6—8, 10, 11, 14, 20]. В общем случае интенсивности этих субпроцессов являются случайными величинами, распределенными по показательному закону, и в моделях их значения целесообразно характеризовать математическими ожиданиями [14].

Для выяснения влияния субпроцессов на кинетику процесса минерализации произвольного одиночного пузырька воздуха была предложена следующая система уравнений:

$$dn_{1i} = (-K_{12}n_{1i} + K_{21}n_{2i})\,dt, \qquad (1а)$$

$$dn_{2i}/d\tau = (K_{12}n_{1i} - K_{21}n_{2i})\,d\tau, \qquad (1б)$$

$$n_{0,i} = n_{0,i-1} - \lambda\tau_m n_{2i}, \qquad (1в)$$

$$n_{1,i} + n_{2,i} = n_{0,i-1}, \qquad (1г)$$

где n_{0i}, n_{1i}, n_{2i} — число частиц исходное, в пульпе и на пузырьке после пропускания i-го пузырька соответственно; K_{12} и K_{21} — интенсивности захвата частиц пузырьком воздуха и их отрыва соответственно; λ — интенсивность транспорта; τ_m — время минерализации.

Предложенная система во многом аналогична уравнениям, приведенным в работах [7, 8, 10, 11, 14], но имеет отличия.

Уравнение (1а) описывает обменный массоперенос в пульпе за счет стока частиц на пузырек ($-K_{12}n_{1i}$) и возврата их в пульпу при отрыве от пузырьков ($K_{21}n_{2i}$).

Обменный массоперенос с пузырьком воздуха (уравнение (1б)) включает захват частиц на пузырек ($K_{12}n_1$) и их отрыв ($-K_{21}n_{2i}$). Дифференцирование по времени всплывания пузырька (τ) от выхода из капилляра до верхней границы зоны минерализации высотой H позволяет учесть время накопления частиц (минерализации) на пузырьке, которое не может быть больше, чем τ_m. В уравнении (1а) дифференцирование производили по времени пропускания воздуха (t), которое теоретически ничем не ограничено.

Таким образом, в уравнении (1б) учитывалось время нахождения пузырьков (газовой фазы) в зоне минерализации. В этом заключается главное отличие уравнений для массопереноса частиц в пульпе (1а) и на пузырьке воздуха (1б).

В предложенную систему введены два новых уравнения — (1в) и (1г).

В уравнении (1в) учтено, что после каждого пропущенного пузырька от 1 до N будет уменьшаться общее число частиц (n_{0i}) на число частиц (n_{2i}), выходящих из зоны минерализации с интенсивностью транспорта λ за время τ_m.

Интенсивность транспорта будем оценивать согласно [14] как

$$\lambda = U/H, \qquad (2)$$

где U — средняя скорость подъема пузырьков, H — реальная длина пути пузырька, которая приближенно может соответствовать высоте зоны минерализации.

Интенсивность транспорта (λ) является скоростью выхода одиночного пузырька с накопленными частицами за время минерализации τ_m из зоны высотой H. В дальнейших выкладках допускалось, что скорость подъема пузырьков не зависит от массы минеральной нагрузки.

Произведение $\lambda\tau_m = 1$ связывает уменьшение общего числа частиц с интенсивностью транспорта и временем всплывания пузырька, входящим в уравнение (1в). Физический смысл произведения $\lambda\tau_m = 1$ заключается в том, что каждый пузырек, если он не участвует во взаимодействиях, имеет вероятность выхода из зоны минерализации, равную единице. За время минерализации τ_m происходит максимально возможное число актов захватов ($K_{12}\tau_m$) и отрывов ($K_{21}\tau_m$) частиц, а интенсивность транспорта λ описывает только выход нагруженных пузырьков из зоны (сток). При этом пузырек проходит всю высоту зоны минерализации и $\lambda\tau_m = U\tau_m/H = 1$. В этом состоит особенность учета субпроцесса транспорта частиц на пузырьке.

В уравнении (1г) показано, что в промежутке времени всплывания каждого пузырька от 0 до τ_m число частиц (n_{0i}), находящееся в камере (исходное), равно сумме частиц, закрепившихся на пузырьке (n_{2i}), и частиц, оставшихся в пульпе (n_{1i}). Эта сумма всегда содержит только два состояния, так как другие состояния при минерализации отсутствуют, и выполняется для любого пузырька. В последующих выкладках будут использоваться уравнения (1в) и (1г), которые не учитывались ранее [8—10, 13, 14], что и позволило в дальнейшем значительно упростить решение.

Решение системы уравнений

Система (1а)—(1г) при наличии уравнений (1в) и (1г) стала переопределенной, так как для нахождения двух неизвестных (n_1 и n_2) введены 3-е и 4-е уравнения.

За основное уравнение следует взять выражение для пузырьков воздуха (1б), так как в нем учтены параметры двух субпроцессов, а в качестве второго — баланс по числу частиц (1г), который справедлив для любого произвольного пузырька. Поэтому номер пузырька, который использовался ранее в качестве второго индекса в уравнениях (1а)—(1г), будет исключен при дальнейших преобразованиях.

Упрощение решения системы линейных дифференциальных уравнений достигалось сведением ее к одному дифференциальному уравнению.

Общий ход решения включал следующие шаги:

1. Использование уравнения баланса (1в) для определения извлечения произвольным i-м пузырьком:

$$\varepsilon_b = (n_0 - n_1)/n_0 = n_2/n_0$$

или (3)

$$1 - \varepsilon_b = n_1/n_0,$$

с помощью которого устанавливали взаимосвязь производных:

$$-n_0 d\varepsilon_b = dn_1. \quad (4)$$

2. Преобразование уравнения (1б) путем деления его обеих частей на n_0 и введения новой переменной Z:

$$d\varepsilon_b/d\tau = K_{12}(1-\varepsilon_b) - K_{21}\varepsilon_b =$$
$$= K_{12} - (K_{12} + K_{21})\varepsilon_b = Z. \quad (5)$$

Производная от Z равна

$$dZ = -(K_{12} + K_{21})\, d\varepsilon_b.$$

Подставив выражения для Z и dZ в уравнение (5) и разделив переменные, получаем легко интегрируемую форму:

$$\int_{K_{12}}^{Z} dZ/Z = -(K_{12} + K_{21}) \int_0^{\tau} d\tau. \quad (6)$$

Интегрирование вели от K_{12} (так как при $t = 0$ извлечение $\varepsilon_b = 0$ и $Z = K_{12}$) до Z при времени всплывания пузырьков τ.

Окончательно уравнение кинетики минерализации одного пузырька с учетом субпроцессов имеет вид

$$\varepsilon_b = M[1 - \exp(-A\tau)], \quad (7)$$

где $M = K_{12}/A$ — минеральная нагрузка, $A = K_{12} + K_{21}$ — суммарная интенсивность субпроцессов.

Следующим шагом было определение суммарного извлечения (ε) всеми последовательно поступающими пузырьками, которое вычисляли по известной формуле (8) как частное от деления общего числа частиц, вынесенных N пузырьками, на исходное число n_0:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{N} n_{2,i}/n_0, \quad (8)$$

где n_{2i} — число частиц, вынесенных i-м пузырьком.

Необходимо только учесть, что каждый последующий пузырек будет извлекать от числа частиц, остающихся от предыдущего пузырька.

Итак, первый пузырек извлечет следующее число частиц:

$$n_{2,1} = \varepsilon_b n_0, \quad (8а)$$

второй — от меньшего числа частиц $n_0(1 - \varepsilon_b)$:

$$n_{2,2} = \varepsilon_b n_0 (1 - \varepsilon_b), \quad (8б)$$

третий — от $n_0(1 - \varepsilon_b)^2$:

$$n_{2,3} = \varepsilon_b n_0 (1 - \varepsilon_b)^2 \quad (8в)$$

и т.д.

N-й пузырек извлечет $n_{2,N}$ частиц:

$$n_{2,N} = \varepsilon_b n_0 (1 - \varepsilon_b)^{N-1}. \quad (8г)$$

Суммарное число частиц, которое перешло в концентрат с N пузырьками, будет равно

$$\sum_{i=1}^{N} n_{2,i} = \varepsilon_b n_0 [1 + (1-\varepsilon_b) + (1-\varepsilon_b)^2 + ... + (1-\varepsilon_b)^{N-1}]. \quad (9)$$

С учетом выражения для суммы геометрической прогрессии, которая стоит в квадратных скобках (9):

$$S = [1 - (1-\varepsilon_b)^N]/\varepsilon_b, \quad (10)$$

получим окончательное выражение для суммарного извлечения N пузырьками:

$$\varepsilon = 1 - (1-\varepsilon_b)^N. \quad (11)$$

Свойства уравнений кинетики минерализации

Кинетика минерализации отдельного пузырька (7) зависит от двух параметров — M и A. Физический смысл M — это равновесная доля частиц, выносимая одним пузырьком при бесконечном времени всплывания пузырьков $\tau = \tau_\infty$. Величина $M = n_b/n_0$ равна отношению равновесного числа частиц на пузырьке (n_b), которое может быть достигнуто только при бесконечном времени всплывания, к исходному их числу (n_0). Величина A есть скорость формирования минеральной нагрузки за любое время минерализации τ и определяется суммой интенсивностей всех процессов, а не только интенсивностью захвата [7—9].

При бесконечном значении τ_∞ из уравнения (7) следует, что $\exp(-A_\infty\tau_\infty) = 0$, и поэтому извлечение на отдельном пузырьке равно равновесной доле M:

$$\varepsilon_{b,\infty} = M = K_{12}/(K_{12} + K_{21}) = P_s = 1/(1+B). \quad (12)$$

Здесь P_s по физическому смыслу есть вероятность удержания частиц на пузырьке [7, 14], а $B = K_{21}/K_{12}$ — безразмерный параметр сорта частиц.

При отсутствии отрыва частиц ($K_{21} = 0$) уравнение (6) переходит в общеизвестное уравнение Белоглазова:

$$\varepsilon_{bi} = [1 - \exp(-K_{12}\tau)], \quad (13)$$

так как в этом случае $M = K_{12}/K_{12} = 1$.

Интенсивности захвата и отрыва зависят от поверхностных свойств частиц и гидродинамических условий [3, 7, 8, 14, 21].

При выходе пузырька из зоны минерализации при $\tau = \tau_m$ произведение $A_m\tau_m$ может быть преобразовано так:

$$A_m\tau_m = (K_{12} + K_{21})\tau_m = (K_{12} + K_{21})H/U = D, \quad (14)$$

где $D = (K_{12} + K_{21})\tau_m$ — безразмерное время образования минеральной нагрузки M_m.

Таким образом, скорость образования действительной нагрузки M_m зависит от отношения скоростей захвата и отрыва к скорости подъема пузырьков.

В реальных условиях за время всплывания пузырька, равное τ_m, минеральная нагрузка M_m будет меньше равновесной:

$$M_m = \varepsilon_{bm} = M[1 - \exp(-A\tau_m)] = M[1 - \exp(-D)]. \quad (15)$$

Параметр сорта частиц B однозначно определяется только соотношением интенсивностей захвата и отрыва. Безразмерное время D характеризует число актов прилипания-отрыва, приходящихся на единицу скорости подъема пузырька воздуха.

При заданном $B = \mathrm{const}$ минеральная нагрузка M_{mj} на пузырьке состоит из одного сорта частиц. В общем случае M_m включает s сортов:

$$M_m = \sum_{j=1}^{s} M_{mj}. \quad (16)$$

Частицы, имеющие одинаковое значение безразмерного времени D, попадут в концентрат за одинаковое время, однако сортность частиц будет различной, и каждый сорт будет представлен своей минеральной нагрузкой M_{mj}.

С увеличением интенсивности захвата ($K_{12} \to \to \infty$) безразмерный параметр сорта частиц стремится к нулю ($B \to 0$), равновесная минеральная нагрузка — к единице ($M \to 1$) и уравнение (11) преобразуется в выражение (13), т.е. двухфазная модель переходит в однофазную модель Белоглазова [19, 22, 23].

Оценить необходимость учета влияния интенсивностей субпроцессов отрыва и транспорта на состав минеральной нагрузки можно по критерию выделения полезного сигнала на фоне шума, величина которого для процесса флотации в среднем равна 0,05 [24]:

$$B = B_к = 0{,}05. \quad (17)$$

При $B = B_к = 0{,}05$ уравнение минерализации (7) переходит в уравнение Белоглазова [19, 22, 23], так как частицы с $B_к < 0{,}05$ практически не осыпаются и мгновенно попадают в концентрат [21]. В практике флотации такие фракции называют быстро флотируемыми и их часто в схемах флотации извлекают в концентрат так называемой головки [21].

Частицы, входящие в фракцию с $B = B_к$ >>10, практически все остаются в хвостах, и их принято называть нефлотируемым остатком. Для них из-за малой интенсивности захвата и большой интенсивности отрыва ($B_к \to \infty$) минеральная нагрузка стремится к нулю ($M_m \to 0$).

Частицы, характеризующиеся промежуточным значением $0{,}05 < B_к < 10$, образуют так называемую промпродуктовую фракцию. Наличие такой фракции в составе разделяемых компонентов обуславливает трудность для их разделения в операциях схем селективной флотации [20].

Таким образом, кинетика флотации частиц фракции с параметром сорта $B = B_к = 0{,}05$ может подчиняться уравнению Белоглазова, а для фракций с $0{,}05 < B_к < 10$ необходимо применять уравнения кинетики минерализации (7).

Необходимо подчеркнуть, что равновесная минеральная нагрузка (M) отличается от максимального извлечения (ε_{max}) при $t = \infty$. Существование ε_{max} объяснялось наличием нефлотируемых частиц в исходной руде [19, 22].

Безразмерный параметр сорта частиц (B) определяет состав минеральной нагрузки, а безразмерное время — скорость его достижения.

Уравнение кинетики минерализации многими пузырьками (11) может быть преобразовано в экспоненциальный вид, аналогичный уравнению Белоглазова, следующим образом. Представляем уравнение (11) при $\varepsilon_b = \varepsilon_{bm}$ в логарифмической форме:

$$\ln(1-\varepsilon) = N\ln(1-\varepsilon_{bm}) = (t/\nu)\ln(1-\varepsilon_{bm}) =$$
$$= [6Wt/(\pi d_b^3)]\ln(1-\varepsilon_{bm}), \quad (18)$$

из которой следует, что

$$K_m = [6W/(\pi d_b^3)]\ln(1-\varepsilon_{bm}), \quad (19)$$

где ε — суммарное извлечение N пузырьками, число которых равно $N = t/\nu = 6Wt/(\pi d_b^3)$; t — время пропускания пузырьков, с; ν — частота их следования, $с^{-1}$; $V = Wt$ — объем воздуха [$см^3$], измеренный за время его пропускания t с расходом воздуха W [$см^3 \cdot с^{-1}$] и диаметром пузырьков d_b [см]; $\ln(1 - \varepsilon_{bm})$ — параметр минерализации одиночного пузырька, являющийся константой для данных условий проведения опытов, который равен логарифму остатка частиц в зоне минерализации или логарифму извлечения в хвосты.

Тангенс угла α прямой уравнения (18) в координатах $-\ln(1 - \varepsilon)$ и t равен константе скорости минерализации K_m. Отметим, что K_m имеет отрицательный знак, так как $\ln(1 - \varepsilon_{bm})$ имеет отрицательное значение.

Видно, что с увеличением K_m должно уменьшаться число неизвлеченных частиц.

Далее выражение (18) с учетом (19) можно представить в экспоненциальном виде, аналогичном уравнению первого порядка (Белоглазова):

$$\varepsilon = 1 - \exp(K_m t). \quad (20)$$

В константе скорости минерализации K_m интенсивности субпроцессов захвата, отрыва и транспорта определяют величину извлечения отдельным пузырьком ε_{bm} за время τ_m, а расход воздуха — суммарное извлечение ε.

Заключение

Использование микромоделей позволяет исследовать основные закономерности сложного флотационного процесса, но полученные уравнения громоздки и представляют сложность для практического применения.

В данной работе достигнуто упрощение описания совместного влияния субпроцессов на кинетику минерализации пузырьков воздуха путем сведения системы линейных дифференциальных уравнений к решению одного дифференциального уравнения.

Совместное рассмотрение субпроцессов захвата частиц пузырьком воздуха, отрыва и всплывания агрегатов при беспенной периодической флотации показало, что на отдельном пузырьке за время его подъема τ_m образуется минеральная нагрузка, составляющая часть от предельной равновесной минеральной нагрузки, которая может быть достигнута при бесконечном времени минерализации.

Состав минеральной нагрузки и скорость ее достижения предложено характеризовать двумя безразмерными параметрами, которые зависят от трех интенсивностей субпроцессов. Параметр сорта частиц B однозначно определяется только соотношением интенсивностей отрыва и захвата. Безразмерное время D равно отношению скоростей захвата и отрыва частиц к скорости подъема пузырька воздуха.

Получено уравнение кинетики минерализации многими пузырьками в экспоненциальном виде, аналогичном уравнению первого порядка (Белоглазова).

В константе скорости минерализации K_m интенсивности субпроцессов захвата, отрыва и транспорта определяют величину извлечения отдельным пузырьком (ε_{bm}) за время τ_m, а расход воздуха — суммарное извлечение ε.

Автор благодарит Д.В. Шехирева и П.В. Григорьева за ценные советы при обсуждении статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-17-00393).

Литература

1. *Zheng X., Johnson N.W., Franzidis J.P.* Modelling of entrainment in industrial flotation cells: Water recovery and degree of entrainment // Miner. Eng. 2006. Vol. 19. No. 11. P. 1191—1203.
2. *Yianatos, J., Contreras F., Diaz F., Villanueva A.* Direct measurement of entrainment in large flotation cells // Powder Technol. 2009. Vol. 189. Iss. 1. P. 42—47.
3. *Dobby G.S., Finch J.A.* Particle size dependence in flotation derived from a fundamental model of the capture process // Int. J. Miner. Process. 1987. Vol. 21. P. 241—253.
4. *Dai Z., Fornasiero D., Ralston J.* Particle—bubble collision models: A review // Adv. Colloid Interface Sci. 2000. Vol. 85. P. 231—256.
5. *Yianatos J., Bucarey R., Larenas J., Henriquez F., Torres L.* Collection zone kinetic model for industrial flotation columns // Miner. Eng. 2005. Vol. 18. P. 1373— 1377.
6. *Duan J., Fornasiero D., Ralston J.* Calculation of the flotation rate constant of chalcopyrite particles in an ore // Int. J. Miner. Process. 2003. Vol. 72. P. 227—237.
7. *Самыгин В.Д., Филиппов Л.О., Шехирев Д.В.* Основы обогащения руд. М.: Альтекс, 2003.
8. *Богданов О.С., Максимов И.И., Поднек А.К., Янис Н.А.* Теория и технология флотации руд. М.: Недра, 1990.
9. *Тихонов О.Н.* Теория разделения минералов: Учебник. СПб.: Санкт-Петерб. горный ин-т им. Г.В. Плеханова, 2008.
10. *Мика Т., Фюрстенау Д.* Микроскопическая модель флотационного процесса // VIII Междунар. конгр. по обогащению полезных ископаемых (г. Ленинград, май 1968 г.). Ленинград, 1969. Т. 2. С. 246—269.
11. *Rubinshtein J.B., Samygin V.D.* Effect of particle and bubble size on flotation kinetics // Frothing in flotation. London, N.Y.: Gordon and breath: Publ. House, 1998. Vol. 2. P. 51—80.
12. *Saleh A.M.* A study on the performance of second order models and two phase models in iron ore flotation // Physicochem. Probl. Miner. Process. 2010. Vol. 44. P. 215—230.
13. *Shekhirev D.V., Filippov L.O., Samygin V.D.* Mathematical modelling of the process of separation of the raw materials in the column flotation // Proc. XVIII Intern. Mineral Processing Congr. (Sydney, Australia, 23—28 May 1993). Aus. IMM, 1993. Vol. 5. P. 1357—1362.
14. *Абрамов А.А., Динь Нгок Данг, Иванов В.А.* О вероятностной концепции процесса флотации // Изв. вузов. Горн. журн. 1978. No. 3. C. 153—158.
15. *Koh P.T.L., Schwarz M.P.* CFD modelling of bubble—particle collision rates and efficiencies in mineral flotation cells // Miner. Eng. 2003. Vol. 16. P. 1055—1059.
16. *Koh P.T.L., Schwarz M.P.* CFD model of a self-aerating flotation cell // Int. J. Miner. Process. 2007. Vol. 85. No. 3. P. 16—24.
17. *Koh P.T.L., Schwarz M.P.* Modelling attachment rates of multi-sized bubbles with particles in a flotation cell // Miner. Eng. 2008. Vol. 21. P. 989—993.
18. *Koh P.T.L., Smith L.K.* The effect of stirring speed and induction time on flotatio // Miner. Eng. 2011. Vol. 24. No. 5. P. 442—448.
19. *Huang Z., Legendre D., Guiraud P.* Effect of interface contamination on particle—bubble collision // Chem. Eng. Sci. 2012. Vol. 68 (1). P. 1—18. Doi: 10.1016/j.ces.2011.07.045.
20. *Bocharov V.A., Ignatkina V.A., Alekseichuk D.A.* Influence of mineral compositions and their modification on the selection flowchart and collectors of selective flotation of ores of nonferrous metals // Russ. J. Non-Ferr. Metals. 2012. Vol. 53. P. 279—288; *Бочаров В.А., Игнаткина В.А., Алексейчук Д.А.* Влияние минерального состава сульфидов и их модификаций на выбор схемы и собирателей селективной флотации руд цветных металлов // Изв. вузов. Цвет. металлургия. 2012. No. 4. С. 1—7.
21. *Самыгин В.Д., Григорьев П.В.* Моделирование влияния гидродинамических факторов на селективность процесса флотации. Ч. 1. Влияние диаметра пузырька и диссипации турбулентной энергии // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2015. No. 1. С. 1—8.
22. *Arbiter N.* Flotation rate and flotation efficiency // Miner. Eng. 1951. Vol. 190. P. 791—796.
23. *Yianatos J., Bucarey R., Larenas J., Henriquez F., Torres L.* Collection zone kinetic model for industrial flotation columns // Miner. Eng. 2005. Vol. 18. P. 1373— 1377.
24. *Барский Л.А., Козин В.З.* Системный анализ в обогащении полезных ископаемых. М.: Недра, 1978.

References

1. *Zheng X., Johnson N.W., Franzidis J.P.* Modelling of entrainment in industrial flotation cells: Water recovery

and degree of entrainment. *Miner. Eng.* 2006. Vol. 19. No. 11. P. 1191—1203.

2. *Yianatos J., Contreras F., Diaz F., Villanueva A.* Direct measurement of entrainment in large flotation cells. *Powder Technol.* 2009. Vol. 189. Iss. 1. P. 42—47.
3. *Dobby G.S., Finch J.A.* Particle size dependence in flotation derived from a fundamental model of the capture process. *Int. J. Miner. Process.* 1987. Vol. 21. P. 241—253.
4. *Dai Z., Fornasiero D., Ralston J.* 2000. Particle—bubble collision models: A review. *Adv. Colloid Interface Sci.* 2000. Vol. 85. P. 231—256.
5. *Yianatos J., Bucarey R., Larenas J., Henriquez F., Torres L.* Collection zone kinetic model for industrial flotation columns. *Miner. Eng.* 2005. Vol. 18. P. 1373—1377.
6. *Duan J., Fornasiero D., Ralston J.* Calculation of the flotation rate constant of chalcopyrite particles in an ore. *Int. J. Miner. Process.* 2003. Vol. 72. P. 227—237.
7. *Samygin V.D., Filippov L.O., Shekhirev D.V.* Osnovy obogashcheniya rud [Basis of ore concentration]. Moscow: Al'teks, 2003.
8. *Bogdanov O.S., Maximov I.I., Podnek A.K., Yanis N.A.* Teoriya i tekhnologia flotatsii rud [Theory and technology of ores flotation]. Moscow: Nedra, 1990.
9. *Tikhonov O.N.* Teoriya razdeleniya mineralov [Mineral separation theory]. St. Peterburg: SPSMU (TU), 2008.
10. *Mika T., Fuerstenau D.* Mikroskopicheskaya model' flotatsionnogo protsessa. In: VIII Mezhdunarodnyi congress po obogashcheniyu poleznykh iskopaemykh [A microscopic model of the flotation process. In: *VIII Mineral Processing Congr.*] (Leningrad, May 1968). Vol. 2. P. 246—269.
11. *Rubinshtein J.B., Samygin V.D.* Effect of particle and bubble size on flotation kinetics. Frothing in flotation. London, N.Y.: Gordon and breath: Publ. House, 1998. Vol. 2. P. 51—80.
12. *Saleh A.M.* A study on the performance of second order models and two phase models in iron ore flotation. *Physicochem. Probl. Miner. Process.* 2010. Vol. 44. P. 215—230.
13. *Shekhirev D.V., Filipov L.O., Samygin V.D.* Mathematical modelling of the process of separation of the raw materials in the column flotation. In: *Proc. XVIII Intern. Mineral Processing Congr.* (Sydney, Australia, 23—28 May 1993). P. 1357—1362.
14. *Abramov A.A., Djun Ngok Dang, Ivanov V.A.* O veroyatnostnoi kontseptsii protsessa flotatsii [About the probabilistic concept of the flotation process]. *Izv. vuzov. Gornyi zhurnal.* 1978. No. 3. P. 153—158.
15. *Koh P.T.L., Schwarz M.P.* CFD modelling of bubble—particle collision rates and efficiencies in mineral flotation cells. *Miner. Eng.* 2003. Vol. 16. P. 1055—1059.
16. *Koh P.T.L., Schwarz M.P.* CFD model of a self-aerating flotation cell. *Int. J. Miner. Process.* 2007. Vol. 85. No. 3. P. 16—24.
17. *Koh P.T.L., Schwarz M.P.* Modelling attachment rates of multi-sized bubbles with particles in a flotation cell. *Miner. Eng.* 2008. Vol. 21. P. 989—993.
18. *Koh P.T.L., Smith L.K.* The effect of stirring speed and induction time on flotation. *Miner. Eng.* 2011. Vol. 24. No. 5. P. 442—448.
19. *Huang Z., Legendre D., Guiraud P.* Effect of interface contamination on particle—bubble collision. *Chem. Eng. Sci.* 2012. Vol. 68 (1). P. 1—18. Doi: 10.1016/j.ces.2011.07.045.
20. *Bocharov V.A., Ignatkina V.A ., Alekseichuk D.A.* Influence of mineral compositions and their modification on the selection flowchart and collectors of selective flotation of ores of nonferrous metals. *Russ. J. Non-Ferr. Metals.* 2012. Vol. 53. P. 279—288.
21. *Samygin V.D., Grigoryev P.V.* Modelirovanie vliyaniya gidrodinamicheskikh faktorov na selektivnost' protsessa flotatsii. Pt. 1. Vliyanie diametra puzyr'ka i dissipatsii turbulentnoi energii [Modeling of the influence of the hydrodynamic factors on the flotation process. Pt. 1. Influence of the bubble diameter and turbulent energy dissipation]. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh.* 2015. No. 1. P. 1—8.
22. *Arbiter N.* Flotation rate and flotation efficiency. *Miner. Eng.* 1951. Vol. 190. No. 3. P. 791—796.
23. *Yianatos J., Bucarey R., Larenas J. Henriquez F., Torres L.* Collection zone kinetic model for industrial flotation columns. *Miner. Eng.* 2005. Vol. 18. P. 1373—1377.
24. *Barskii L.A., Kozin V.Z.* Sistemnyi analiz v obogashchenii poleznykh iskopaemykh [Sistematic analysis in the minerals enrichment]. Moscow: Nedra, 1978.