

ЛИТЕРАТУРА

1. Клименко А.А., Левицкий И.А., Трофимович В.В. и др. // Изв. вузов. Чер. металлургия. 2009. № 9. С. 61.
2. Левицкий И.А., Прибытков И.А., Трофимович В.В.,

Шибалов С.Н. // Сб. тез. 5-й Междунар. науч.-практ. конф. «Энергосберегающие технологии в промышленности. Печные агрегаты. Экология. Безопасность технологических процессов» (Москва, 27 сент.—2 окт. 2010 г.). М.: МИСиС, 2010.

УДК 611.53

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ ОБЪЕКТОВ В ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

© 2013 г. А.А. Рутковский, Д.Н. Дюнова

Северо-Кавказский горно-металлургический институт (СКГМИ)
(государственный технологический университет), г. Владикавказ

Рассмотрены вопросы применения корреляционного подхода к решению задачи идентификации объектов управления в замкнутых системах регулирования. Сформулированы условия идентифицируемости объекта для типовых законов регулирования. Получаемые в результате решения задачи идентификации оценки параметров объекта и фильтра могут быть использованы при синтезе замкнутых систем регулирования и настройке регуляторов в процессе нормальной эксплуатации.

Ключевые слова: параметрическая идентификация, корреляционная функция, замкнутая система регулирования, условия идентифицируемости, типовые законы регулирования.

Some problems of correlation approach application to deciding the task of identification of control objects in closed control systems have been considered. The object identifiability conditions for typical control modes are formulated. Obtained as a result of solving the task of identification, the estimation of object and filter parameters can be used in the synthesis of closed control systems and the adjustment of regulators in the course of normal running.

Key words: parametric identification, correlation function, closed control system, identifiability conditions, typical control modes.

Эффективное управление промышленными объектами связано с решением задач идентификации. Большинство металлургических объектов функционируют в условиях замкнутых систем при наличии возмущающих воздействий. Это обуславливает необходимость учета обратной связи при построении моделей объектов управления в ходе нормальной эксплуатации.

В данной работе продолжается изучение задачи идентификации объектов, охваченных обратной связью, и приводятся результаты исследования условий идентифицируемости в замкнутых системах при известных законах регулирования.

Рассмотрим схему дискретной системы регулирования (рис. 1), в состав которой входит линейный объект с передаточной функцией

$$W_0(z) = k_0 \frac{P_0(z)}{Q_0(z)} = k_0 \frac{\prod_{i=1}^{m_0} (1 + a_{1,i} z^{-1})}{\prod_{i=1}^{n_0} (1 + a_{0,i} z^{-1})}, \quad (1)$$

формирующий фильтр возмущения с передаточной функцией

$$\Phi(z) = \frac{1}{Q_\Phi(z)} = \frac{1}{\prod_{i=1}^{n_\Phi} (1 + b_{0,i} z^{-1})}, \quad (2)$$

Рутковский А.А. – докт. техн. наук, профессор кафедры теории и автоматизации металлургических процессов и печей СКГМИ (362000, РСО-Алания, г. Владикавказ, ул. Николаева, 44). Тел.: (8672) 74-38-15. E-mail: Rutkowski@mail.ru.
Дюнова Д.Н. – канд. техн. наук, доцент той же кафедры. E-mail: Dunova_DN@mail.ru.

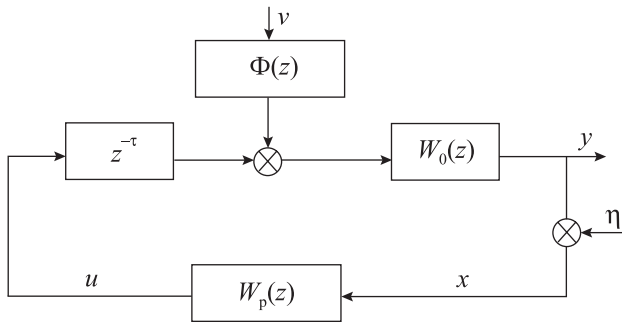


Рис. 1. Функциональная схема системы регулирования
 y — выходная переменная системы; x — наблюдаемая выходная переменная; u — управляющее воздействие; v, η — неконтролируемые случайные процессы типа дискретного белого шума с нулевым математическим ожиданием; τ — запаздывание в объекте по каналу передачи управляющего воздействия; $W_0(z)$ — передаточная функция объекта, $\Phi(z)$ — передаточная функция формирующего фильтра возмущения; $W_p(z)$ — передаточная функция регулятора

и регулятор с известной передаточной функцией

$$W_p(z) = k_p P_p(z) / Q_p(z). \quad (3)$$

Задача идентификации сводится к определению параметров передаточных функций объекта $k_0, a_{0,i}$ ($i = 1, \dots, n_0$), $a_{1,i}$ ($i = 1, \dots, m_0$) и формирующего фильтра возмущения $b_{0,i}$ ($i = 1, \dots, n_\Phi$) по наблюдаемым значениям x_t . В работах [1, 2] сформулированы принципы корреляционного подхода для решения поставленной задачи. Выражение для выходной переменной y имеет вид

$$y(z) = W_0(z)z^{-\tau}u(z) + W_0(z)\Phi(z)v(z) = [k_0 P_0(z)Q_\Phi(z)z^{-\tau}u(z) + k_0 P_0(z)] / [Q_0(z)Q_\Phi(z)].$$

Тогда для наблюдаемой выходной переменной x справедливо уравнение

$$x(z) = y(z) + \eta(z) = [k_0 P_0(z)Q_\Phi(z)z^{-\tau}u(z) + k_0 P_0(z)v(z) + Q_0(z)Q_\Phi(z)\eta(z)] / [Q_0(z)Q_\Phi(z)]. \quad (4)$$

Неконтролируемой составляющей (4) соответствует выражение

$$\psi(z) = k_0 P_0(z)v(z) + Q_0(z)Q_\Phi(z)\eta(z), \quad (5)$$

или во временной области

$$\psi_t = \sum_{i=0}^{m_0} g_{1,i} v_{t-i} + \sum_{i=0}^{n_0+n_\Phi} g_{2,i}, \quad (6)$$

где коэффициенты $g_{1,i}$ и $g_{2,i}$ связаны однозначными соотношениями с параметрами соответствующих передаточных функций.

Поскольку наблюдаемым выходом является переменная x , то вместо схемы, представленной на рис. 1, рассмотрим схему замкнутой системы на рис. 2. Здесь x

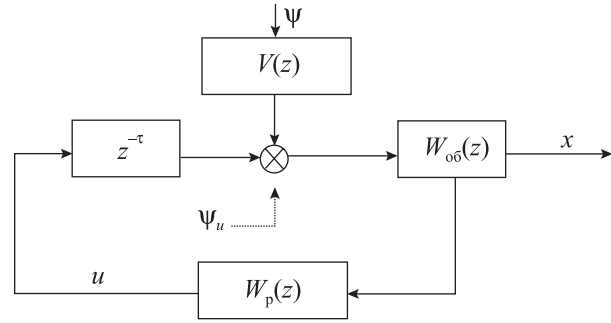


Рис. 2. Первая модификация функциональной схемы системы регулирования

является выходной переменной, а ψ — входным неконтролируемым возмущением. Передаточная функция $V(z)$, согласно (4) и (5), имеет вид

$$V(z) = [k_0 P_0(z)Q_\Phi(z)]^{-1}. \quad (7)$$

Тогда уравнение для выходной переменной x будет следующим:

$$x(z) = W_0(z)z^{-\tau}u(z) + W_0(z)V(z)\psi(z).$$

Для неконтролируемого возмущения справедливо выражение

$$\begin{aligned} \psi(z) &= W_\psi(z)x(z) = \frac{x(z) - W_0(z)z^{-\tau}u(z)}{W_0(z)V(z)} = \\ &= Q_0(z)Q_\Phi(z)x(z) - k_0 P_0(z)z^{-\tau}Q_\Phi(z)u(z). \end{aligned}$$

Отсюда с учетом равенств (1) и (2) получим

$$\psi(z) = \prod_{i=1}^{n_0+n_\Phi} (1 - \lambda_{1,i} z^{-1})x(z) - k_0 \prod_{i=1}^{m_0+n_\Phi} (1 - \lambda_{2,i} z^{-1})z^{-\tau}u(z), \quad (8)$$

где

$$\lambda_{1,i} = \begin{cases} a_{0,i} & \text{при } i = 1, \dots, n_0, \\ b_{0,i-m_0} & \text{при } i = n_0 + 1, \dots, n_0 + n_\Phi, \end{cases} \quad (9)$$

$$\lambda_{2,i} = \begin{cases} a_{0,i} & \text{при } i = 1, \dots, m_0, \\ b_{0,i-m_0} & \text{при } i = m_0 + 1, \dots, m_0 + n_\Phi, \end{cases} \quad (10)$$

Выражению (8) соответствует разностное уравнение

$$\psi_t = x_t + \sum_{i=1}^{n_0+m_\Phi} \rho_i x_{t-i} - \sum_{i=\tau}^{m_0+m_\Phi+\tau} q_i u_{t-i}, \quad (11)$$

в котором коэффициенты ρ_i, q_i связаны взаимно-однозначными преобразованиями с коэффициентами $\lambda_{1,i}, \lambda_{2,i}$ и, значит, с коэффициентами передаточных функций $k_0, a_{0,i}, b_{0,i}, a_{1,i}$.

Если бы удалось восстановить возмущение ψ в виде (11), то задача определения неизвестных параметров передаточных функций объекта и фильтра была бы решена. Покажем, при каких условиях

можно осуществить указанное восстановление возмущения ψ по контролируемым переменным x и u . В соответствии с (7) передаточная функция системы, восстанавливающей неконтролируемое возмущение ψ , имеет вид

$$W_{\psi}^*(z) = Q_0^*(z)Q_{\phi}^*(z)x(z) - k_0^*P_0^*(z)z^{-\tau}Q_{\phi}^*(z)u(z), \quad (12)$$

где

$$Q_0^*(z) = \prod_{i=1}^{n_0} (1 - a_{0,i}^* z^{-1}),$$

$$Q_{\phi}^*(z) = \prod_{i=1}^{n_{\phi}} (1 - b_{0,i}^* z^{-1}),$$

$$P_0^*(z) = \prod_{i=1}^{m_0} (1 - a_{1,i}^* z^{-1}).$$

Соответствующая структурная схема системы приведена на рис. 3. В соответствии с ней возмущение ψ_t восстанавливается в виде оценки:

$$\psi_t^* = x_t + \sum_{i=1}^{n_0+n_{\phi}} \rho_i^* x_{t-i} - \sum_{i=\tau}^{m_0+n_{\phi}+\tau} q_i^* u_{t-i}. \quad (13)$$

Примем в качестве критерия близости систем с передаточными функциями $W_{\psi}(z)$ и $W_{\psi}^*(z)$ условие равенства взаимно корреляционных функций:

$$R_{x\psi}^*(\theta) = R_{x\psi}(\theta). \quad (14)$$

Используя (13), можно выразить левую часть (14) через корреляционные функции наблюдаемых случайных процессов x и u , а также через неизвестные коэффициенты ρ_i , q_i . В результате получим

$$R_{x\psi}^*(\theta) = R_{xx}(\theta) + \sum_{i=1}^{n_0+n_{\phi}} \rho_i^* R_{xx}(\theta-i) - \sum_{i=\tau}^{m_0+n_{\phi}+\tau} q_i^* R_{xu}(\theta-i). \quad (15)$$

Тогда условие (14) принимает вид

$$R_{xx}(\theta) + \sum_{i=1}^{n_0+n_{\phi}} \rho_i^* R_{xx}(\theta-i) - \sum_{i=\tau}^{m_0+n_{\phi}+\tau} q_i^* R_{xu}(\theta-i) = R_{x\psi}(\theta). \quad (16)$$

На первый взгляд, использование (16) не представляется возможным, так как ψ_t не наблюдается и, следовательно, не известна взаимно корреляционная функция $R_{x\psi}(\theta)$. Но, учитывая выражение (8) и известные свойства белого шума, можно показать, что $R_{x\psi}(\theta) = 0$ при $\theta > n_0 + n_{\phi}$. То есть поскольку интервал корреляции возмущения ψ конечен и равен $\theta > n_0 + n_{\phi}$, то прошлые значения выхода x , начиная со сдвига $\theta = n_0 + n_{\phi}$, некоррелированы с текущим значением возмущения ψ . Следовательно, вместо (16) справедлив следующий критерий:

$$R_{xx}(\theta) + \sum_{i=1}^{n_0+n_{\phi}} \rho_i^* R_{xx}(\theta-i) - \sum_{i=\tau}^{m_0+n_{\phi}+\tau} q_i^* R_{xu}(\theta-i) = 0. \quad (17)$$

Для определения коэффициентов ρ_i^* , q_i^* при различных значениях θ можно сформировать систему $n_0 + 2n_{\phi} + m_0 + 1$ алгебраических уравнений, линейных относительно неизвестных коэффициентов. Решив ее, можно перейти от коэффициентов ρ_i^* , q_i^* к искомым коэффициентам k_0^* , $a_{0,i}^*$, $b_{0,i}^*$, $a_{1,i}^*$. Сформируем на основе (17) избыточную систему уравнений вида

$$AC^* = R, \quad (18)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} R_{xx}(\theta_0 - 1) & \dots & R_{xx}(\theta_0 - n_0 - n_{\phi}) & R_{xu}(\theta_0 - \tau) & \dots & R_{xu}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_{\phi}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{xx}(\theta_k - 1) & \dots & R_{xx}(\theta_k - n_0 - n_{\phi}) & R_{xu}(\theta_k - \tau) & \dots & R_{xu}(\theta_k - \tau - m_0 - n_{\phi}) \end{bmatrix},$$

$$C^{*T} = [-\rho_1^* \dots -\rho_{n_0+n_{\phi}}^* \dots q_{\tau}^* \dots q_{\tau+m_0+n_{\phi}}^*],$$

$$R^T = [R_{xx}(\theta_0) \dots R_{xx}(\theta_k)], \quad \theta_0 > n_0 + n_{\phi}.$$

Для того чтобы система (18) имела единственное решение, необходима и достаточна линейная независимость столбцов матрицы A . В качестве критерия независимости воспользуемся критерием Грамма [2] для системы векторов, согласно которому определитель матрицы $G = A^T A$:

$$\det(G) \neq 0. \quad (19)$$

Условие (19), являясь условием единственности решения системы (18), может рассматриваться как необходимое условие идентифицируемости замкнутой системы. И поскольку равенство (18) справедливо для замкнутой системы с параметрами $C^* = C$, то условие (19) является одновременно и достаточным условием идентифицируемости. Анализируя матрицу A , можно получить для конкретных типов регуляторов значительно более простые, по сравнению с (19), условия идентифицируемости, которые будут лишь необходимыми частными условиями.

Так, например, для П-регулятора, описываемого соотношением $u_t = k_1 x_t$, матрица A имеет вид

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & a_{1,j+1} & \dots & a_{1,l} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & \dots & a_{kj} & a_{k,j+1} & \dots & a_{kl} \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= R_{xx}(\theta_0 - 1), a_{1j} = R_{xx}(\theta_0 - n_0 - n_{\phi}), \\ a_{1,j+1} &= k_1 R_{xx}(\theta_0 - \tau), a_{1l} = k_1 R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_{\phi}), \\ a_{k1} &= R_{xx}(\theta_k - 1), a_{kj} = R_{xx}(\theta_k - n_0 - n_{\phi}), \\ a_{k,j+1} &= k_1 R_{xx}(\theta_k - \tau), a_{kl} = k_1 R_{xx}(\theta_k - \tau - m_0 - n_{\phi}). \end{aligned}$$

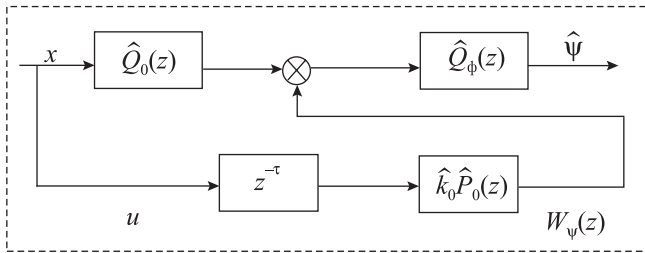


Рис. 3. Вторая модификация системы регулирования

Для регулятора, описываемого соотношением $u_t = k_1 x_t + k_2 x_{t-1}$, что соответствует ПИ-регулятору, матрица A содержит следующие элементы:

$$\begin{aligned} a_{11} &= R_{xx}(\theta_0 - 1), a_{1j} = R_{xx}(\theta_0 - n_0 - n_\phi), \\ a_{1j+1} &= k_1 R_{xx}(\theta_0 - \tau) + k_2 R_{xx}(\theta_0 - \tau - 1), \\ a_{1l} &= k_1 R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_\phi) + k_2 R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_\phi - 1), \\ a_{k1} &= R_{xx}(\theta_k - 1), a_{kj} = R_{xx}(\theta_k - n_0 - n_\phi), \\ a_{kj+1} &= k_1 R_{xx}(\theta_k - \tau) + k_2 R_{xx}(\theta_k - \tau - 1), \\ a_{kl} &= k_1 R_{xx}(\theta_k - \tau - m_0 - n_\phi) + k_2 R_{xx}(\theta_k - \tau - m_0 - n_\phi - 1). \end{aligned}$$

В случае использования ПИД-регулятора с законом управления $u_t = k_1 x_t + k_2 x_{t-1} + k_3 x_{t-2}$ элементами матрицы A являются:

$$\begin{aligned} a_{11} &= R_{xx}(\theta_0 - 1), a_{1j} = R_{xx}(\theta_0 - n_0 - n_\phi), \\ a_{1j+1} &= k_1 R_{xx}(\theta_0 - \tau) + k_2 R_{xx}(\theta_0 - \tau - 1) + k_3 R_{xx}(\theta_0 - \tau - 2), \\ a_{1l} &= k_1 R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_\phi) + \\ &+ k_2 R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_\phi - 1) + k_3 R_{xx}(\theta_0 - \tau - m_0 - n_\phi - 2), \\ a_{k1} &= R_{xx}(\theta_k - 1), a_{kj} = R_{xx}(\theta_k - n_0 - n_\phi), \\ a_{kj+1} &= k_1 R_{xx}(\theta_k - \tau) + k_2 R_{xx}(\theta_k - \tau - 1) + k_3 R_{xx}(\theta_k - \tau - 2), \\ a_{kl} &= k_1 R_{xx}(\theta_k - \tau - m_0 - n_\phi) + \\ &+ k_2 R_{xx}(\theta_k - \tau - m_0 - n_\phi - 1) + k_3 R_{xx}(\theta_k - \tau - m_0 - n_\phi - 2). \end{aligned}$$

Исследуемая система оказывается идентифицируемой при условии, что столбцы матрицы A линейно независимы. Для реализации этого условия необходимо, чтобы не совпадали сдвиги корреляционных функций у соответствующих столбцов, что означает необходимость выполнения условия

$$\tau > n_0 + n_\phi - 1.$$

В качестве примера рассмотрим систему регулирования, включающую линейный объект с передаточной функцией $0,45 \frac{(1+0,4z^{-1})}{(1+0,1z^{-1})(1+0,2z^{-1})}$ и формирующий фильтр возмущения с передаточной функцией $(1+0,3z^{-1})^{-1}$. С помощью приложения «Simulink» системы моделирования «Matlab» получена имитационная модель исследуемой системы

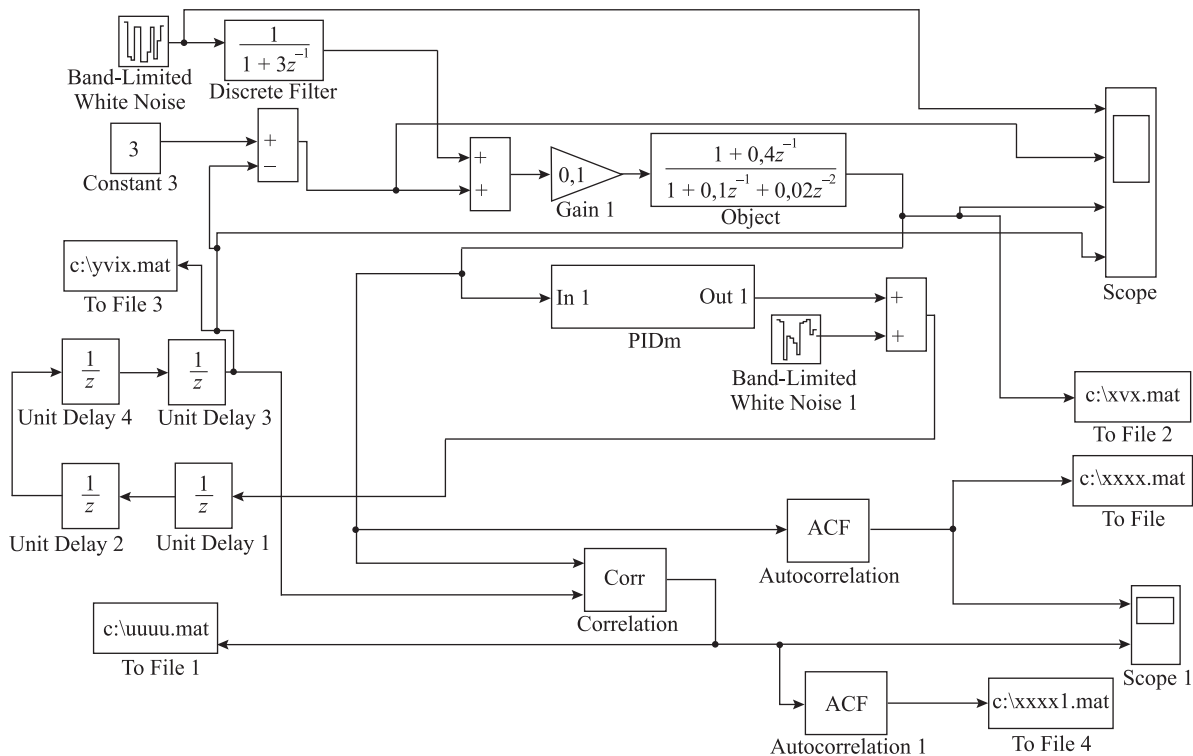


Рис. 4. Simulink-модель замкнутой системы регулирования

(рис. 4). Дискретный регулятор выполнен в виде подсистемы PIDm. В соответствующем m -файле «Matlab» реализуется решение систем из $n_0 + 2n_\Phi + m_0 + 1 = 6$ линейных алгебраических уравнений (18) при различных законах регулирования.

Решением систем алгебраических уравнений являются векторы коэффициентов ρ_i и q_i . Значения коэффициентов объекта k_0 , $a_{0,i}$, $a_{1,i}$ и формирующего фильтра возмущения $b_{0,i}$, определяются путем решения системы уравнений:

$$\begin{aligned}\lambda_{1,1} + \lambda_{1,2} + \lambda_{1,3} &= \rho_1, \\ \lambda_{1,1}\lambda_{1,2} + (\lambda_{1,1} + \lambda_{1,2})\lambda_{1,3} &= \rho_2, \\ \lambda_{1,1}\lambda_{1,2}\lambda_{1,3} &= \rho_3, \\ k = q_1, \quad -k(\lambda_{2,1} + \lambda_{2,2}) &= q_2, \quad -k\lambda_{2,1}\lambda_{2,2} = q_3.\end{aligned}$$

Для случая использования П-регулятора критерий Грамма составляет $G = 4,165 \cdot 10^{-7}$, значения коэффициентов равны $a_{1,1}^* = 0,474$, $a_{0,1}^* = 0,121$, $a_{0,2}^* = 0,176$, $b_{0,1}^* = 0,15$, $k_0 = 0,151$. При использовании ПИ-регулятора $G = 9,4675 \cdot 10^{-4}$, $a_{1,1}^* = 0,44$,

$a_{0,1}^* = 0,092$, $a_{0,2}^* = 0,184$, $b_{0,1}^* = 0,213$, $k_0 = 0,181$. В результате применения ПИД-закона регулирования $G = 4,6152 \cdot 10^{-6}$, $a_{1,1}^* = 0,41$, $a_{0,1}^* = 0,119$, $a_{0,2}^* = 0,182$, $b_{0,1}^* = 0,208$, $k_0 = 0,141$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение задачи идентификации объекта управления, охваченного обратной связью, на основе сформулированных условий идентифицируемости позволит синтезировать оптимальную передаточную функцию регулятора и оптимизировать функционирование системы управления в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рутковский А.Л., Дюнова Д.Н. // Матер. XI Междунар. конф. «Кибернетика и высокие технологии» С&Т-2010 (Воронеж, 12–14 мая 2010 г.). Воронеж: Изд-во ВГУ, 2010. С. 613.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1969.

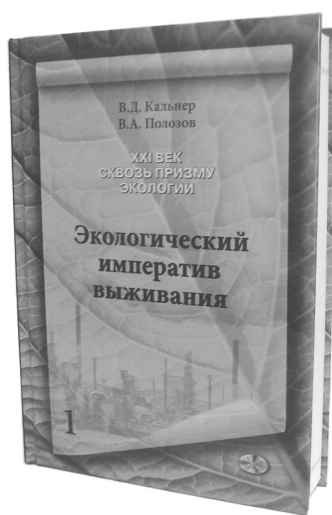
Издательство «Калвис» представляет:

Серия «XXI век сквозь призму экологии»

ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ ИМПЕРАТИВ ВЫЖИВАНИЯ. Кн. 1

В.Д. Кальнер, В.А. Полозов

М.: Калвис, 2012. — 324 с.



Настоящее издание — первая книга в задуманной серии «XXI век сквозь призму экологии» по проблемам взаимодействия общества и окружающей среды и практическим вопросам ее охраны.

Анализируются история возникновения термина «экология» и его трансформация в широкое социальное понятие; переход от единичных исследований естествоиспытателей прошлых веков к экологической парадигме цивилизации в XXI в. Рассмотрена возможность выживания человека как вида в условиях усиливающегося антропогенного давления на биосферу, роста числа локальных и глобальных рисков и катастроф. Обсуждаются некоторые подходы к возможному разрешению нарастающей вероятности конфликта цивилизации с окружающей средой.

Книга рассчитана на широкий круг читателей, обеспокоенных катастрофическим загрязнением и деградацией окружающей среды. Она будет полезна студентам и преподавателям различных уровней образования и специальностей, инженерам и технологам, представителям власти и бизнеса — всем, кто задумывается о качестве жизни своей, современников и ближайших потомков.